中学校数学２年

＜多項式の計算＞

単項式を＋や－の記号でつないだものを多項式という

加減乗除ができる

ある文字について次数の高いものから整理する

例えば

$-2x-4x^3+1+x^2=-4x^3+x^2-2x+1$

また文字が増えた場合はどの文字で整理するか決める

x について整理（x について３次式）

$-2xyz-4x^3y^2+1+x^2yz=-4x^3y^2+x^2yz-2xyz+1$

y について整理（y について２次式）

$-2xyz-4x^3y^2+1+x^2yz=-4x^3y^2+x^2yz-2xyz+1$

$=-4x^3y^2+x^2yz-2xy+1=-4x^3y^2+(x^2z-2x)y+1$

$=-4x^3y^2+(x^2z-2x)y+1=-4x^3y^2+x(xz-2)y+1$

z について整理（z について１次式）

$-2xyz-4x^3y^2+1+x^2yz=x^2yz-2xyz-4x^3y^2+1$

$=(x^2y-2xy)z-4x^3y^2+1=x(x-2)yz-4x^3y^2+1$

◎文字の計算は同類項に注意

$2x-4y-(3x-5y)+2=2x-4y-3x+5y+2$

$=2x-3x-4y+5y+2=-x+y+2$

まだ計算途中のものと、それ以上計算できないものを区別する

例えば

3×2^n は、ここまでだが $8\times2^n=2^3\times2^n=2^{3+n}$

同様に $x^2\times x^n=x^{2+n}=x^{n+2}$

◎除法に注意

必ずかけ算に直すこと

$6xy^2z^3\div2xy^3z^2=\dfrac{6xy^2z^3}{2xy^3z^2}=\dfrac{3z}{y}$

まだ計算途中のものと、それ以上計算できないものを区別する

例えば、上式と似ているが、次のものは約分できない

$(6xy^2z^3+1)\div2xy^3z^2=\dfrac{6xy^2z^3+1}{2xy^3z^2}$ はこれ以上計算できない

決して $\dfrac{3z+1}{y}$ ではないし $\dfrac{3x^2+1}{3}=x^2+1$ は誤りだ

なぜならば約分は下記のように、掛け算で同じ数が分母と分子にあった場合に約分して消せるものだったからだ

$\dfrac{18}{60}=\dfrac{2\times9}{6\times10}=\dfrac{2\times3\times3}{2\times3\times2\times5}=\dfrac{3}{2\times5}=\dfrac{3}{10}$

＜等式の性質＞

$a=b$ の両辺に同じ数を足す（引く）

$a=b\Rightarrow a+c=b+c$ 、 $a=b\Rightarrow a-c=b-c$ （等号が成立）

$a=b$ の両辺に同じ数を掛ける（割る）

$a=b\Rightarrow ac=bc$ 、 $a=b\Rightarrow\dfrac{a}{c}=\dfrac{b}{c}$ （等号が成立）

＜比と比の値＞

$a:b=c:d\Rightarrow\dfrac{a}{b}=\dfrac{c}{d}\Rightarrow ad=bc$ として扱う

また、$ad=bc\Rightarrow\dfrac{a}{c}=\dfrac{b}{d}$ なので $a:c=b:d$ とも書ける

＜連立方程式の解法＞

連立２元１次方程式の場合

係数が分数や小数であったり、両辺に x や y が散らばっていることもあるが、全て $\begin{cases}ax+by=c\cdots①\\px+qy=r\cdots②\end{cases}$ の形に直す

ここで a,b,c,p,q,r は定数で未知数が x と y である。

基本方針は１文字消去である

解法１：代入法

比較的易しいものに向いている解法で

①式から $ax+by=c$ から $y=\dfrac{c-ax}{b}$ と変形して②式に代入すれば x の１次方程式となり解くことができる

（勿論、$x=\dfrac{c-by}{a}$ として②式に代入しても良い）

解法２：加減法

例えば①式を q 倍して②式を b 倍すれば

$\begin{cases}aqx+bqy=cq\cdots①'\\bpx+bqy=br\cdots②'\end{cases}$

①′－②′から

$$\begin{array}{rl}aqx+bqy&=cq\cdots①'\\-)\,bpx+bqy&=br\cdots②'\\\hline(aq-bp)x&=cq-br\end{array}$$

と、x の１次方程式となり解くことができる $aq-bp\neq0$ なら

$x=\dfrac{cq-br}{aq-bp}$ となる。この後は y を元の式①か②に代入して求めればよい

解法３：等値法

$y=ax+b$ と $y=a'x+b'$ から、$ax+b=a'x+b'$ とすれば、x の１次方程式として解くことができる（例：直線の交点を求める）

＜関数＞

x の値に対して、 y の値が１つ決まるとき、 y を x の関数と呼ぶ

x	$\cdots-1$	0	1	2	$3\cdots$
y	$\cdots-3$	1	5	9	$13\cdots$

座標 $(-1,-3)\,(0,1)\cdots$

上記の対応は、次に記す１次関数 $y=4x+1$ である

＜１次関数＞

グラフは直線になる

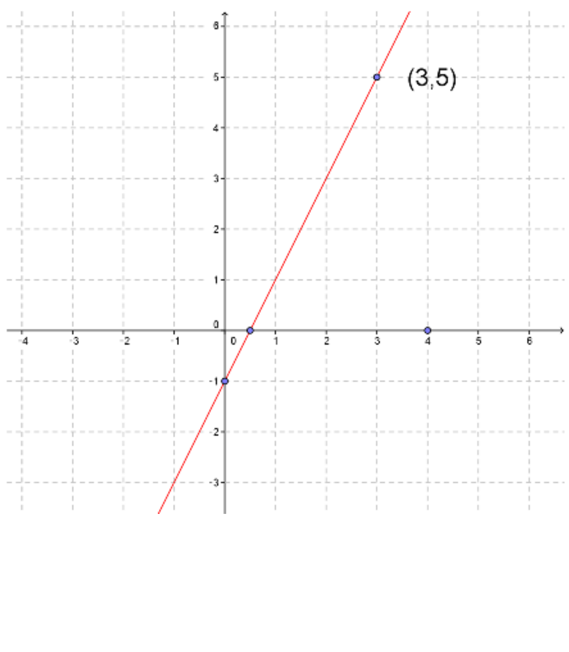
$y=ax+b$ （ここで、a は傾き、b は y 切片）

傾き $a=\dfrac{y\text{の増分}}{x\text{の増分}}$ （変化の割合と呼ぶ）

中学１年で既習の比例のグラフを y 軸方向に $+b$ 平行移動したグラフである。例えば、 $y=2x-1$ は下図のようになる

傾き２なので１進むと２増える

$y=2x$ を y 軸方向に -2 平行移動したグラフ



別の考え方では、$y=0$ として x 切片を求めると

$0=2x-1$ から $1=2x$、よって $x=\dfrac{1}{2}$ なので

x 切片 $\left(\dfrac{1}{2},0\right)$ と y 切片 $(0,-2)$ を結べば描ける

※グラフが与えられたときには、x の値及び y の値は片方が与えられると他方を求めることができる。例えば上図で、$x=3$ のとき $y=5$ と分かるし、y が 5 のときの x の値
を問われても、すぐに $x=3$ と分かる

【特徴】

直線 $y=ax+b$ で

$a>0$ のとき右上がり

$a<0$ のとき右下がりの直線となる

$b=0$ のとき原点を通る

また、

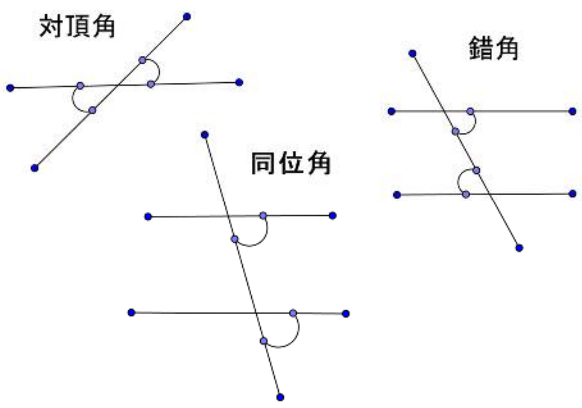
$y=ax+b$ と $y=ax+c$ で、

傾き a が等しく、$b\neq c$ のとき平行

（傾き a が等しく、$b=c$ のとき重なる）

＜平面図形における角＞

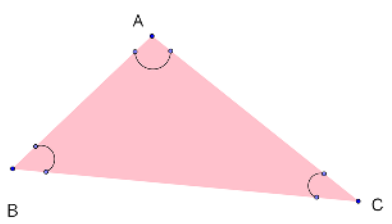
対頂角・同位角・錯角とは下図のように、対応する角の呼び名



平行線の場合は、同位角や錯角が等しい

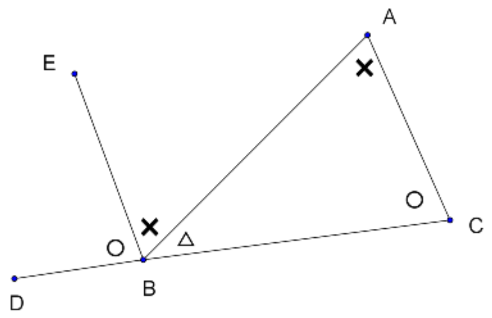
＜三角形の内角＞

三角形の内角の和は、$\angle A+\angle B+\angle C=180^\circ$



三角形の外角とは次の図の $\angle DBA$ のことで、補助線 BE を辺 AB と平行に引けば、平行線の錯角×の角と平行線の同位角○は等しいので、○×△で 180° （平角）となる。したがって、三角形の外角は内対角の和に等しいことが分かる。

$\angle DBA=\angle A+\angle C$



＜ｎ角形の内角の和＞

いくつの三角形ができるか考える

例えば

７角形ならば下図のように５個の三角形ができるので

180°　×５＝900°

理由：一つの頂点から引ける対角線の数は、頂点７個から自分自身と隣の２点つまり、３個を引いて、４本の対角線が引ける。

この４本の対角線で、５個の部分（三角形）に分かれる

同様にｎ角形の内角の和は、一つの頂点からｎ－３本の対角線によって、三角形がｎ－２個できるので

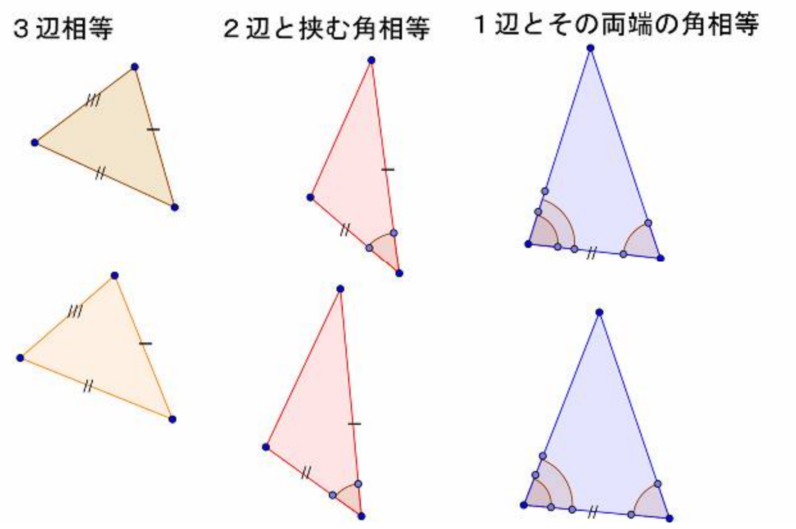
180°×（ｎ－２）で計算される。

また、外角の和はｎがいくつでも３６０°である

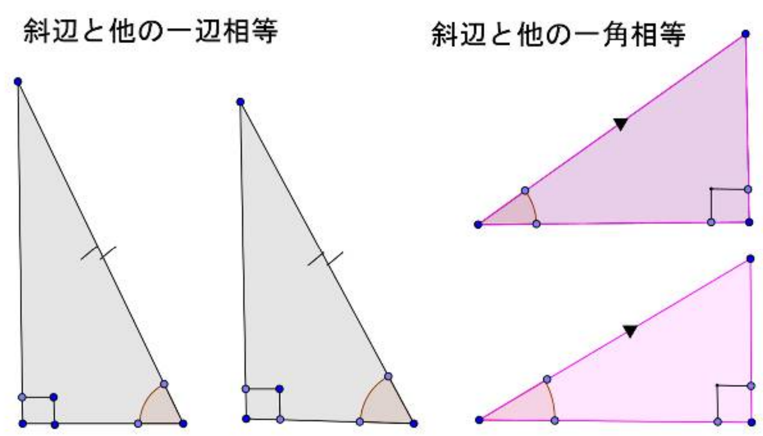
何故ならば、各頂点での外角と内角の和は１８０°であり、ｎ角形の内角の和を引けば良いので

$180^\circ\times n-\{180^\circ\times(n-2)\}=360^\circ$ となる

＜三角形の合同条件＞



特に直角三角形のときは



＜証明＞

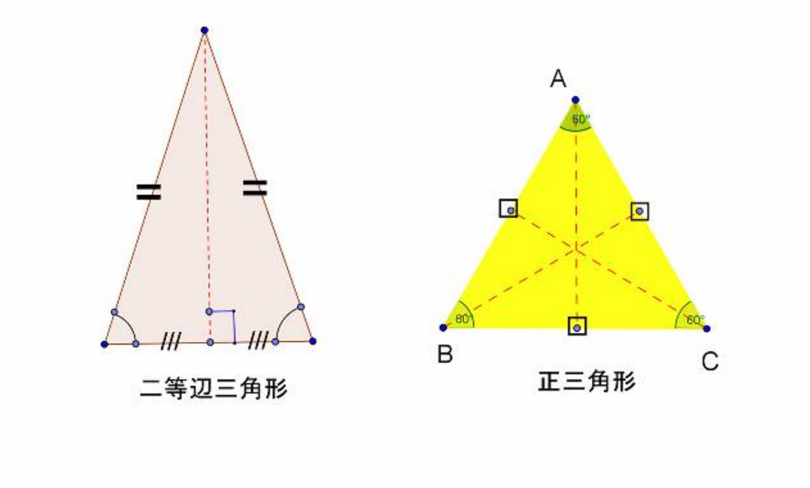
$p \Rightarrow q$ の証明

仮定 p から論理的に理由を述べ結論 q を導くこと

＜ある定理の逆＞

$p \Rightarrow q$ の逆は、$q \Rightarrow p$ だが成立するとは限らないので注意

＜様々な図形の性質＞



【二等辺三角形】

① ２辺が等しい

② 底角は等しい

③ 頂角の２等分線は底辺を垂直に２等分する

【正三角形】

① ３辺が等しい

② ３つの内角は 60° である

③ ３中線は１点で交わる

（各頂角の２等分線、底辺の垂直２等分線、３中線が一致）

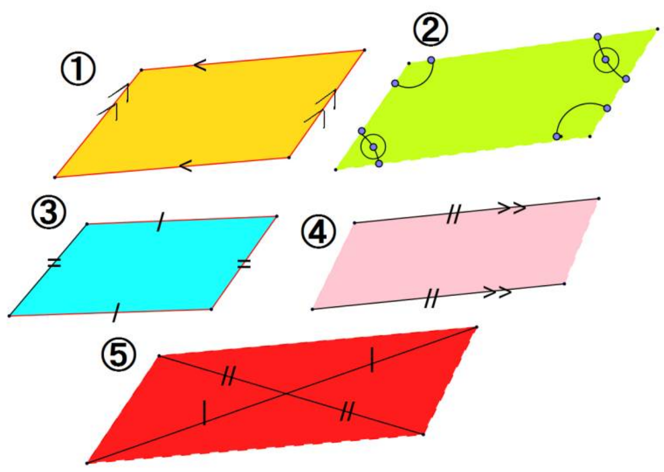
【台形】

１組の対辺が平行である四角形である

【平行四辺形】

２組の対辺が平行である四角形である

＜平行四辺形となる条件＞（重要）



① ２組の対辺が平行

② ２組の対角が等しい

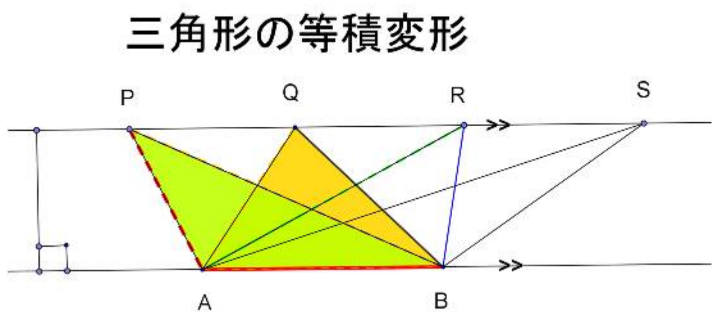
③ ２組の対辺が等しい

④ １組の対辺が平行で等しい

⑤ 対角線が互いに他を２等分する

＜平行線を利用した等積変形＞

図のように、平行線の間の長さは一定であり、底辺 AB が共通なので、$\triangle APB = \triangle AQB = \triangle ARB = \triangle ASB$ と三角形の面積は等しくなる



＜場合の数＞

ある事柄を行って、何通りか起こる結果の数を「合の数」呼ぶ

＜同様に確からしい＞

それぞれの起こることが同じくらい（同程度）と予想されること

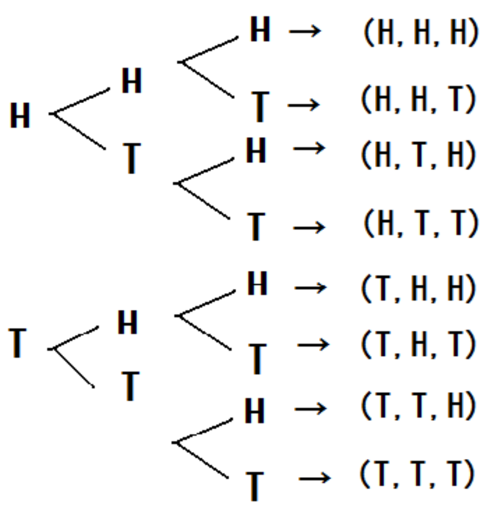
＜樹形図＞

場合の数をすべて書き並べて、過不足なく数え上げる有効な方法である

例えば、コインを３回振って、表と裏がどのように出るか？

１回目表、２回目裏、３回目表を（表、裏、表）と書いて、もう少し楽に書くように、表をＨ、裏をＴと表し（Ｈ，Ｔ，Ｈ）と表す。（Ｔ，Ｈ，Ｔ）（Ｈ，Ｈ，Ｔ）・・・・と考えて書いていくのも良いが、すべてを書くことができるだろうか？

下図のように、樹形図を用いれば、過不足なく数え上げることができる。



したがって、８通りの場合の数があることが分かる

＜確率＞

一つ一つの起こる事柄が同様に確からしいとき、

$$確率 = \frac{そのことが起こる場合の数}{すべての場合の数}$$

コインを３回振って、すべてが表になる確率 p は、上図の樹形図から、すべての場合の数が 8 通りで、すべてが表は(T,T,T)の１通りなので、$p = \frac{1}{8}$ と分かる