中学校数学１年

＜負の数の導入＞

数直線上の原点より左側の位置にある数

負の数　　　　　　　　正の数

－１　　０　　＋１

大小関係は

左にある数＜右にある数

＜負の数の四則計算＞

加法：$\boldsymbol{a+(-b)=a-b}$、$\boldsymbol{(-a)+(-b)=-a-b}$

減法：$\boldsymbol{a-(-b)=a+b}$、$\boldsymbol{(-a)-(-b)=-a+b}$

乗法：$\boldsymbol{a\times(-b)=-ab}$、$\boldsymbol{(-a)\times(-b)=ab}$

除法：$\boldsymbol{a\div(-b)=-\frac{a}{b}}$、$\boldsymbol{(-a)\div(-b)=\frac{a}{b}}$

＜文字計算の約束と法則＞

※　$\boldsymbol{(-1)\times a=-a}$ と書く

※　定数との掛け算記号は省略し $\boldsymbol{3\times a=3a}$ と書くが $\boldsymbol{a\times 3=a3}$ とは書かない（記号省略不可）

※　$\boldsymbol{b\times c\times a=bca=abc}$ は通常下記の交換法則利用でアルファベット順に書く

交換法則：$\boldsymbol{a+(-b)=(-b)+a=-b+a=a-b}$

$\boldsymbol{a\times(-b)=(-b)\times a=-ba=-ab}$

結合法則：$\boldsymbol{\{a+(-b)\}+c=a+\{(-b)+c\}=a-b+c}$

$\boldsymbol{\{a\times(-b)\}\times c=a\times\{(-b)\times c\}=-abc}$

分配法則：$\boldsymbol{k\times\{a+(-b)\}=ka+k(-b)=ka-kb}$

※集合としての扱い「閉じているか等々」（高校から一部移行）

＜分数計算に注意＞

割り算（除法）は掛け算（乗法）に直してから計算すること

例えば

$\boldsymbol{\frac{b}{a}\div\frac{d}{c}=\frac{b}{a}\times\frac{c}{d}=\frac{bc}{ad}}$　（逆数をかける）

$\boldsymbol{\frac{-b}{a}\div\frac{d}{c}=\frac{-b}{a}\times\frac{c}{d}=-\frac{bc}{ad}}$

$\boldsymbol{\left(-\frac{b}{a}\right)\div\left(-\frac{d}{c}\right)=\left(-\frac{b}{a}\right)\times\left(-\frac{c}{d}\right)=\frac{bc}{ad}}$

＜指数計算に注意＞

$\boldsymbol{(-a)^n}$ の計算と $\boldsymbol{-a^n}$ は異なる

例えば

ｎが偶数なら

$\boldsymbol{(-a)^4=(-a)\times(-a)\times(-a)\times(-a)=a^4}$

ｎが奇数なら

$\boldsymbol{(-a)^3=(-a)\times(-a)\times(-a)=a^2\times(-a)=-a^3}$

＜等式の性質＞

$\boldsymbol{a=b}$ の両辺に同じ数を足す（引く）

$\boldsymbol{a=b\Rightarrow a+c=b+c}$、$\boldsymbol{a=b\Rightarrow a-c=b-c}$（等号が成立）

$\boldsymbol{a=b}$ の両辺に同じ数を掛ける（割る）

$\boldsymbol{a=b\Rightarrow ac=bc}$、$\boldsymbol{a=b\Rightarrow\frac{a}{c}=\frac{b}{c}}$（等号が成立）

＜１次方程式を解く＞

等式の性質を利用して等式変形する

$5\boldsymbol{x}+2=3\boldsymbol{x}+5$、両辺から $3\boldsymbol{x}$ を引く

$\Rightarrow 5\boldsymbol{x}+2-3\boldsymbol{x}=3\boldsymbol{x}+5-3\boldsymbol{x}$

$\Rightarrow 5\boldsymbol{x}-3\boldsymbol{x}+2=3\boldsymbol{x}-3\boldsymbol{x}+5$

$\Rightarrow 2\boldsymbol{x}+2=0+5$

$\Rightarrow 2\boldsymbol{x}+2=5$、両辺から２を引く

$\Rightarrow 2\boldsymbol{x}+2-2=5-2$

$\Rightarrow 2\boldsymbol{x}+0=3$

$\Rightarrow 2\boldsymbol{x}=3$、両辺を２で割る

$\Rightarrow \frac{2\boldsymbol{x}}{2}=\frac{3}{2}$

$\Rightarrow \boldsymbol{x}=\frac{3}{2}$ と解が求まる

もう少し簡単に解くために、移項という概念がある

ある項が、＝を飛び越すと単純に符号が変わる（機械的に解く）

例えば、

$5\boldsymbol{x}+2=3\boldsymbol{x}+5$ で、

$5\boldsymbol{x}-3\boldsymbol{x}=5-2$ となるので、$2\boldsymbol{x}=3\Rightarrow\boldsymbol{x}=\frac{3}{2}$ と解が求まる

＜不等式＞（高校から一部移行）

等式の変形と同様に扱えるが、

$\boldsymbol{a>b}$ の両辺に、負の数をかけたり、負の数で割ったりしたときは

不等号の向きが変わることに注意する

・$\boldsymbol{a>b}$ のとき $\boldsymbol{c<0}$ とすると $\boldsymbol{ac<bc}$

・$\boldsymbol{a>b}$ のとき $\boldsymbol{c<0}$ とすると $\boldsymbol{\frac{a}{c}<\frac{b}{c}}$

例えば、$3\boldsymbol{x}+5\le 5\boldsymbol{x}+2$ は移行して $3\boldsymbol{x}-5\boldsymbol{x}\le 2-5$

$-2\boldsymbol{x}\le -3$　ここで両辺を -2 で割るので不等号の向きが変わり

$\boldsymbol{x}\ge\frac{3}{2}$ となる。ただし、不等式を解くことは高校数学□で扱う

＜１次方程式を作る＞

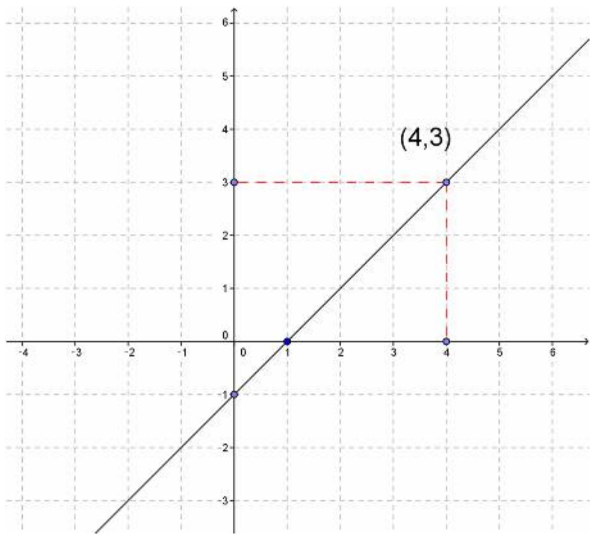
１次方程式の作り方は、未知数を文字で表し、何と何が等しいと置けるかを考えればよい

＜１次不等式を作る＞

１次不等式の作り方は、未知数を文字で表し、何と何の大きさを比較しているかを考えればよい

＜座標の導入＞

点の位置は、点 $\boldsymbol{(x,y)}$ で（$\boldsymbol{x}$ 座標，$\boldsymbol{y}$ 座標）$\boldsymbol{x}$ 軸：横軸、$\boldsymbol{y}$ 軸：縦軸



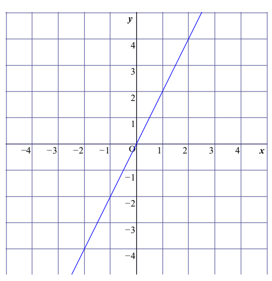
※グラフが与えられたときには、$\boldsymbol{x}$ の値及び $\boldsymbol{y}$ の値は片方が与えられると他方を求めることができる

＜比例と反比例＞

$\boldsymbol{a}$ を比例定数として

比例：$\boldsymbol{y=ax}$　例えば $\boldsymbol{x}$ が３倍になると $\boldsymbol{y}$ も３倍になる

グラフは直線 $\boldsymbol{a>0}$ のとき右上がり（下図）$\boldsymbol{a<0}$ のとき右下がり

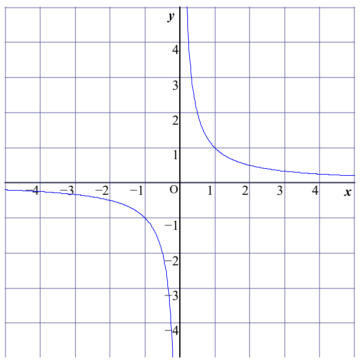


$\boldsymbol{y=2x}$ のとき対応の表は

$\boldsymbol{x}$	$\cdots -1$　0　1　2　3$\cdots$
$\boldsymbol{y}$	$\cdots -2$　0　2　4　6$\cdots$

反比例：$y=\dfrac{a}{x}$　例えば x が 3 倍になると y は $\dfrac{1}{3}$ になる

グラフは双曲線 $a>0$ のとき下図で $a<0$ のとき反対側



$y=\dfrac{2}{x}$ のとき対応の表は

x	$\cdots -1$	0	1	2	$3\cdots$
y	$\cdots -2$	×	2	1	$\dfrac{2}{3}\cdots$

注意）$x=0$ のときの y の値はない

＜変域＞

x や y の値の範囲を変域と呼ぶ

$0<x\le 3,\quad 1<y\le 4$ 等々と書く

※反比例では、x の変域は $x=0$ 以外すなわち $x<0, 0<x$

＜平面図形＞

用語：点、直線、半直線、線分、角、垂直、平行、垂線

平行な 2 直線：交わらない 2 直線

垂直な 2 直線：角度が 90°　に交わる

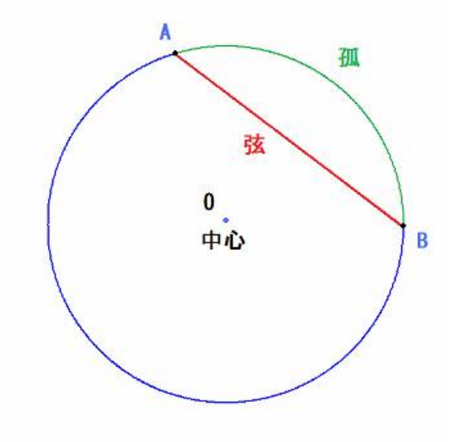
記号について

直線 l と直線 m が平行→$l\,//\,m$ や $AB\,//\,CD$

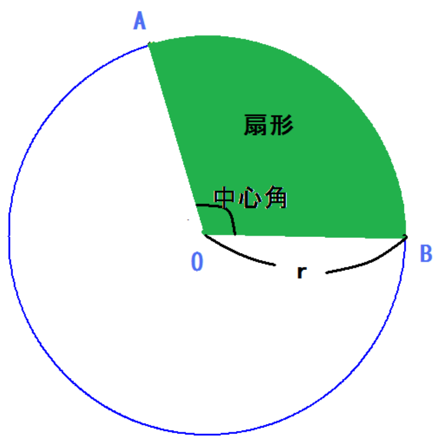
直線 l と直線 m が垂直→$l\perp m$ や $AB\perp CD$

＜円と扇形＞

定点からの距離が等しい点の集まり（点の集合）



扇形（中心角 θ°、半径 r）



扇形の孤の長さの求め方：$l=2\pi r\times\dfrac{\theta^\circ}{360^\circ}$

扇形面積の求め方：$S=\pi r^2\times\dfrac{\theta^\circ}{360^\circ}$

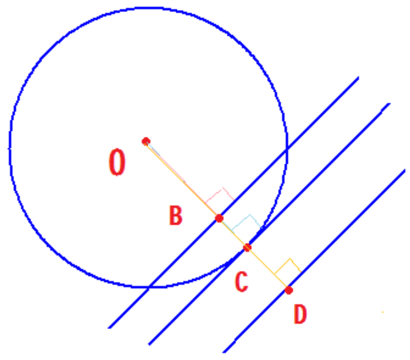
＜円と直線の位置関係＞

半径 r の円の中心から直線までの距離との関係

① 「1 点で接する：$r=OC$」

② 「2 点で交わる：$r<OB$」

③ 「交わらない：$r>OD$」



接線：円と直線が 1 点を共有する場合

接点 C：円と直線が接する点

接線 l とすると $l\perp OC$

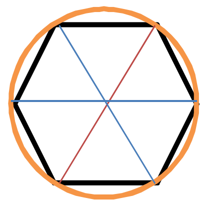
＜多角形＞

正 n 角形とは

円周を n 等分して結ぶと出来る

（または中心角を n 等分して扇形の弦で作る）

右図は正 6 角形



＜線対称＞

折るとピタリと重なるとき、線対称な図形という。

その折れ線は、対称軸と呼ばれる

（上図の対角線は対称軸）

対応する辺の長さや角は等しい

＜点対称＞

180°　回転してピタリ重なるとき、点対称な図形という。

回転の中心点は、**対称の中心**と呼ばれる

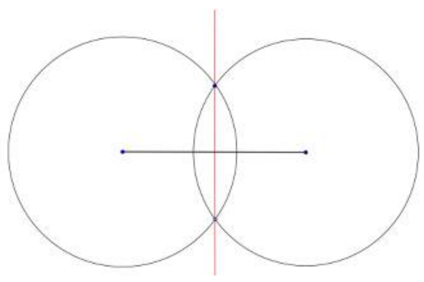
※平行移動・対称移動・回転移動（高校から一部移行）

＜定規とコンパスによる作図＞

定規：線を引くだけ

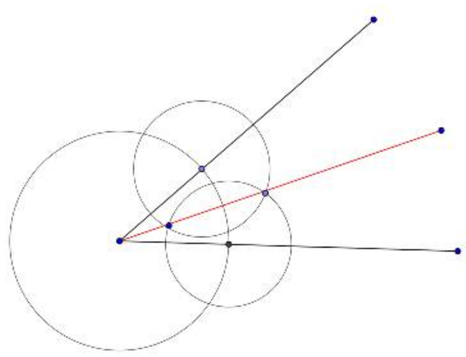
コンパス：円を描く（等しい長さをとる）

① 垂直 2 等分線



線分の両端を中心に同じ半径の 2 円を描き、その交点を結ぶ

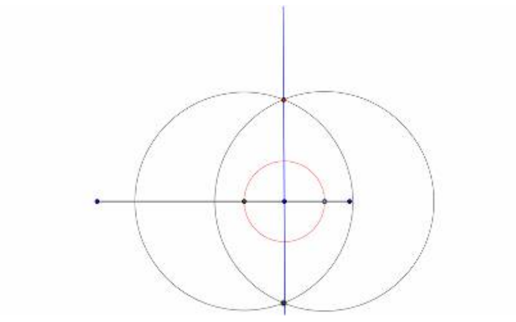
② 角の 2 等分



2 直線の交点を中心に円を描き、その円と直線との交点を中心にして同じ半径の 2 円を描いて、その交点を結ぶ

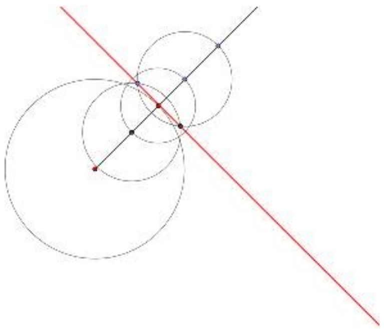
※角の 3 等分は一般にはできない（90°　はできる）

③ 垂線



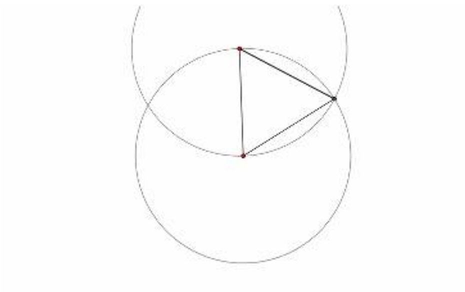
垂線をたてたい位置を中心に円を描く、その円と直線の 2 交点を中心に同じ半径の 2 円を描いて、その交点を結ぶ

④ 円周上の点における接線



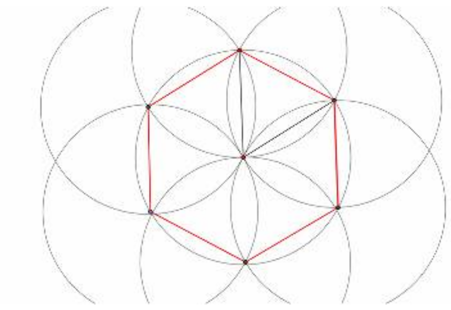
中心と円周上の点を結んだ直線上で、③により垂線を引けば良い

⑤ 正 3 角形



同じ半径の円を円周上の点から描き、中心と円の交点と円周上の点の 3 点を結ぶ

⑥ 正 6 角形

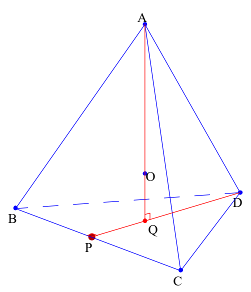


繰り返して⑤を行うと良い

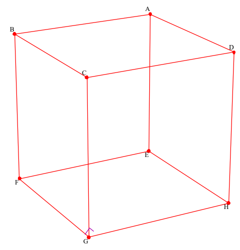
＜正多面体＞

正多面体は、以下の 5 種類しかない

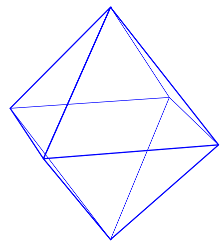
① 正 4 面体（面は正 3 角形）



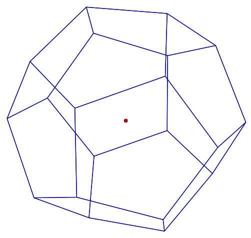
② 正 6 面体（立方体）（面は正方形）



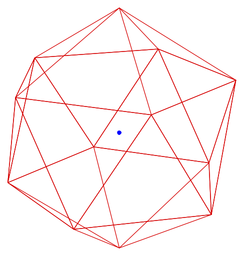
③ 正 8 面体（面は正 3 角形）



④ 正 12 面体（面は正 5 角形）



⑤ 正 20 面体（面は正 3 角形）



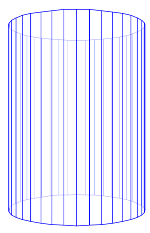
＜立体の表面積＞

展開図にして考える

例えば、円柱は底面は 2 円で側面が長方形

円錐は底面が円で側面は扇形

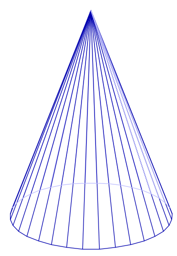
＜角柱の体積＞



体積$\boldsymbol{V}$ ＝底面積$\boldsymbol{S}$ ×高さ$\boldsymbol{h}$

※柱体では母線と高さが一致

＜錐体の体積＞



体積$\boldsymbol{V} = \frac{1}{3} \times$底面積$\boldsymbol{S}$ ×高さ$\boldsymbol{h}$

※柱体では母線と高さが一致しない

（横から見た図で考える）

注）底面の形で呼び名が変わる

例えば三角柱・四角柱・円柱・正 6 角柱・・・

三角錐・四角錐・円錐・正 6 角錐・・・

＜球の体積と表面積＞

半径 $\boldsymbol{r}$ の球

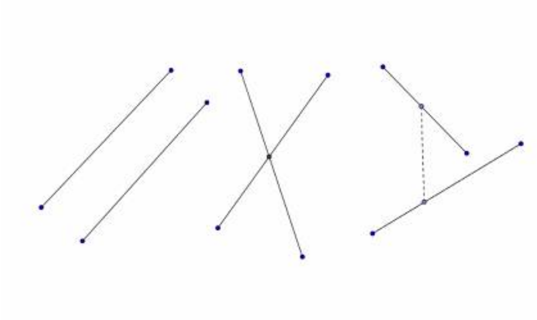
球の体積：$\boldsymbol{V}=\dfrac{4\pi}{3}\boldsymbol{r}^3$（身の上心配ある参上す）

球の表面積：$\boldsymbol{S}=4\pi\,\boldsymbol{r}^2$（心配ある事情）

＜空間上での直線や平面の位置関係＞

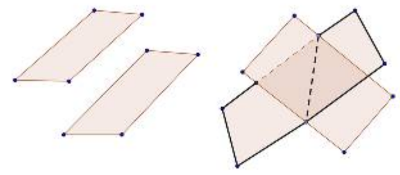
・直線と直線

平行か交わるか、ねじれの位置か



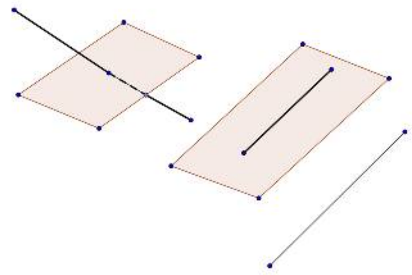
・平面と平面

平行か交わるか



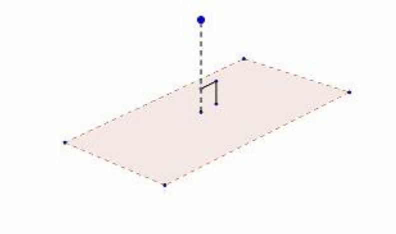
・直線と平面

平面と交わるか、平行か直線が平面上か



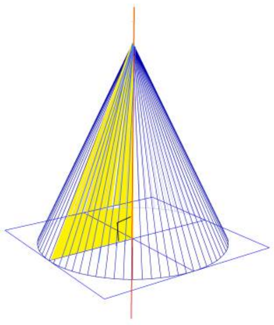
＜点と平面の距離＞

平面に垂線を降ろした足（交点）までの長さ

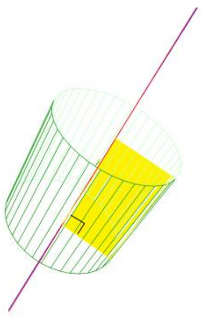


＜回転体＞

ある軸の周りに面を回転させたときできる立体



左図のように、黄色い直角三角形を赤い軸の周りに回転すると円錐になる



左図のように、黄色い台形を赤い軸の周りに回転すると円柱台になる

＜資料の整理＞（高校から）

用語について

・有効数字：極端に大きな数や小さな数を表すときに幾つの数字を目に見えやすく表現するか工夫した表し方

例えば、光の速さを 299792458 m/sec は見にくい

$3.0\times10^8\ \boldsymbol{m/\mathrm{sec}}$（有効数字の桁数２）

$2.99\times10^8\ \boldsymbol{m/\mathrm{sec}}$（有効数字の桁数３）

（「1 秒間に地球を 7 周り半」の方がイメージし易いが計算できない）

計算は加減は桁数の位の高い方にあわせる。乗除は桁数の少ない方より 1 桁下まで行い四捨五入する

・近似値：実際に計った測定値をで有効数字を考えて四捨五入等を行って得る数値（実際の数値とは誤差がある）

・度数分布表：ある数値が幾つ区間内にあるか調べ表にする方法

区間を代表した階級値を定め分布を調べる

・分布の範囲：数値の最大値から最小値を引いた値

・ヒストグラム：度数分布表を棒グラフにしたもの

・度数折れ線(度数多角形)：度数分布表を折れ線グラフにしたもの

・累積度数分布表：その階級までの度数の総和で整理した表

・相対度数分布表：その度数を全体の総数で割った値で整理した表

・平均値：数値の総和を総度数で割った数値

・中央値：数値順に並べたときの真ん中の値（複数のとき平均値）

・最頻値：最も度数が多い階級値

＜度数分布表から平均値計算＞

階級値を $\boldsymbol{x}_1,\boldsymbol{x}_2,\cdots,\boldsymbol{x}_n$ で各度数を $\boldsymbol{f}_1,\boldsymbol{f}_2,\cdots,\boldsymbol{f}_n$ とすると

平均値 $\bar{\boldsymbol{x}}=\dfrac{\boldsymbol{x}_1\boldsymbol{f}_1+\boldsymbol{x}_2\boldsymbol{f}_2+\cdots+\boldsymbol{x}_n\boldsymbol{f}_n}{\boldsymbol{n}}$（実際計算した値と誤差あり）