教育課程（数学Ⅰ・数学Ａ）

＜式の計算＞（数Ⅰ）

（１）指数法則

①$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$

②$(a^m)^n = a^{mn}$

③$(ab)^n = a^n b^n$

（２）因数分解・乗法公式

①$\boldsymbol{acx^2 + (ad+bc)x + bd = (ax+b)(cx+d)}$　（いわゆる、たすき掛け）

②$a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$

③$a^2 \pm 2ab + b^2 = (a \pm b)^2$

④$a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca = (a+b+c)^2$

※$a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3 = (a \pm b)^3$　（旧数Ⅰ→数Ⅱへ）

上記の複号は同順である

[良くある式の変形]

①　$a^2 + b^2 = (a+b)^2 - 2ab$

②　$(a-b)^2 = (a+b)^2 - 4ab$

[因数分解の一般的解法]

①　ある文字について整理する（次数が低いものが良い）

②　公式が使える様に変形するか、因数定理の利用（数Ⅱ）

＜実数＞（数Ⅰ）

有理数：分数の形で書き表すことが可能な数

無理数：分数の形で書き表すことが不可能な数

（１）絶対値の処理

数直線上で、実数aと原点からの距離は、$|a|$

$$|a| = \begin{cases} a & (a \geqq 0 \text{のとき}) \\ -a & (a < 0 \text{のとき}) \end{cases}$$

（２）平方根の計算

分母の有理化や四則計算は確実にできること

①$\sqrt{a^2} = |a|$は、$(\sqrt{a})^2 = a$とは違うことに注意せよ

②　２重根号を外すには、

$$\sqrt{(a+b) \pm 2\sqrt{ab}} = \sqrt{a} \pm \sqrt{b}$$

＜１次不等式と２次方程式＞

（１）１次不等式

①　不等式の性質

$a < b, c > 0$　ならば　$ac < bc$，$\boldsymbol{\frac{a}{c} < \frac{b}{c}}$

$a < b, c < 0$　ならば　$ac > bc$，$\boldsymbol{\frac{a}{c} > \frac{b}{c}}$

②　連立不等式

連立不等式は、数直線を利用して共通部分を求める。

③　絶対値を含む方程式・不等式

$c > 0$のとき、方程式　$|x| = c$の解は、$x = \pm c$

不等式　$|x| < c$の解は、$-c < x < c$

不等式　$|x| > c$の解は、$x < -c, c < x$

＜２次方程式＞（数Ⅰ）（１部中３へ）

$ax^2 + bx + c = 0$（$a \neq 0$）

（注）$a = 0$だと１次方程式になる

（１）２次方程式の解法

①　因数分解を利用する

$(ax-b)(cx-d) = 0$から$x = \frac{b}{a}, x = \frac{d}{c}$

②　解の公式を用いる。

$ax^2 + bx + c = 0$のとき、

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

また、bが偶数のとき（$b = 2b'$）、

$$x = \frac{-b' \pm \sqrt{b'^2 - ac}}{a}$$

（２）２次方程式の実数解の個数

判別式$D = b^2 - 4ac$を利用して、

$D > 0, D = 0, D < 0$で解を分類できる。

＜集合＞（数Ⅰ）

ベン図の利用と記号と用語の使用法を確実にする

属する：$x \in A$

共通部分：$A \cap B$

和集合：$\boldsymbol{A \cup B}$

補集合：$\overline{A}$

部分集合：$A \subset B$

要素の個数については、

$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$

$n(A \cup B \cup C) =$
$n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(B \cap C) - n(C \cap A) + n(A \cap B \cap C)$

※ド・モルガンの法則について確認すること。

＜命題＞（旧数Ａ→数Ⅰ）

条件文：$p \to q$の逆･裏・対偶を作ることが出来るようにし、その真偽の判定や証明が出来ること。真偽の判定や証明は集合の包含関係を用いる場合や『元の命題の真偽と対偶の真偽が一致する』ことを用いる。必要条件・十分条件の判断。

[背理法]

結論を否定して推論を進めると、既知事項と矛盾することを示すという証明方法である。

＜２次関数とグラフ＞（数Ⅰ）

$y = ax^2 + bx + c = a(x-p)^2 + q$　（$a \neq 0$）

$= a(x-\alpha)(x-\beta)$

①平方完成して、頂点(p, q)を決定する

②判別式$D = b^2 - 4ac$でx軸との関係を調べる

③最大値・最小値に関しては、定義域に注意する

④関数 $y=f(x)$ の平行移動：$y-q=f(x-p)$

⑤関数の決定

1. $y=ax^2+bx+c$
2. $y=a(x-p)^2+q$
3. $y=a(x-\alpha)(x-\beta)$

このうちのどれを使うかは、問題によって使い分ける。

＜２次不等式＞（数Ｉ）

２次不等式の解は、２次関数 $y=ax^2+bx+c$ のグラフから考える。$\boldsymbol{a}>0$ として

（１）判別式 $\boldsymbol{D}=\boldsymbol{b}^2-4\boldsymbol{ac}>0$ のとき

①$ax^2+bx+c<0$ の解は、$\alpha<x<\beta$

②$ax^2+bx+c>0$ の解は、$x<\alpha,\ \beta<x$

（２）判別式 $D=b^2-4ac=0$ のとき

①$ax^2+bx+c<0$ の解は、ない

②$ax^2+bx+c>0$ の解は、$x=\alpha$ 以外のすべての実数

③$ax^2+bx+c\leqq 0$ の解は、$x=\alpha$

④$ax^2+bx+c\geqq 0$ の解は、すべての実数

（３） 判別式 $D=b^2-4ac<0$ のとき

①$ax^2+bx+c<0$ の解は、ない

②$ax^2+bx+c>0$ の解は、すべての実数

③$ax^2+bx+c\leqq 0$ の解は、ない

③　$ax^2+bx+c\geqq 0$ の解は、すべての実数

＜三角比＞（数Ｉ）

値を決定できること、逆に角度を決定できること。

三角方程式・不等式を解けること。

（１）相互関係

①$\boldsymbol{\sin^2\theta+\cos^2\theta}=1$

②$\tan\theta=\dfrac{\sin\theta}{\cos\theta}$

③$\tan^2\theta+1=\dfrac{1}{\cos^2\theta}$

（２）正弦定理

$$\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}=\frac{c}{\sin C}=2R$$

（R は、外接円の半径）

（３）余弦定理（２辺 b,c と挟む角 A）

$a^2=b^2+c^2-2bc\cos A$

３辺から角を求める時、余弦定理を変形して

$$\cos A=\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}$$

（４）三角形の面積（２辺 b,c と挟む角 A）

$$S=\frac{1}{2}bc\sin A$$

※　内接円の半径 r を求めることへ応用される

$S=\dfrac{1}{2}ar+\dfrac{1}{2}br+\dfrac{1}{2}cr$ より

$$r=\frac{2S}{a+b+c}$$

さらに、余裕があれば、以下のヘロンの公式も知っていると良い

面積 $S=\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$ （s は三角形の周の半分）

（５）球の体積と表面積（中３へ）

体積 $V=\dfrac{4}{3}\pi r^3$，　表面積 $S=4\pi r^2$

（６）相似な図形の面積比，体積比（中３へ）

相似比が $m:n$ である図形の面積比は、$m^2:n^2$

相似比が $m:n$ である立体の表面積の比は、$m^2:n^2$，

体積比は、$m^3:n^3$

＜データの分析＞（数Ｉ）

平均値・期待値：$\boldsymbol{\bar{x}}=\dfrac{1}{\boldsymbol{n}}(\boldsymbol{x}_1+\boldsymbol{x}_2+\cdots+\boldsymbol{x}_{n-1}+\boldsymbol{x}_n)$

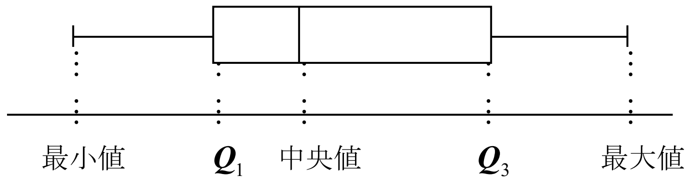
最頻値：度数分布で最も度数が多い値

中央値（メジアン）：データを順番に並べたときの真ん中の値

（同立の場合は平均をとる）

＜箱髭図（box plot図）＞

データの散らばり具合を表す。データを昇順に並べて、4等分したもので表現する。下図の $\boldsymbol{Q}_1$ ：第１四分位　$\boldsymbol{Q}_3$ ：第3四分位



＜分散と標準偏差＞（数Ｉ）

分散：

$$\boldsymbol{s}^2=\frac{1}{\boldsymbol{n}}\left\{(\boldsymbol{x}_1-\boldsymbol{\bar{x}})^2+(\boldsymbol{x}_2-\boldsymbol{\bar{x}})^2+\cdots+(\boldsymbol{x}_{n-1}-\boldsymbol{\bar{x}})^2+(\boldsymbol{x}_n-\boldsymbol{\bar{x}})^2\right\}$$

標準偏差：$\boldsymbol{s}=\sqrt{\text{分散}}$

また、$\boldsymbol{s}^2=\overline{\boldsymbol{x}^2}-(\boldsymbol{\bar{x}})^2$ が成立する。

（分散は、二乗の平均から平均の二乗を引く）

＜相関係数＞（数Ｉ）

二つの変量 $\boldsymbol{x},\boldsymbol{y}$ に相関があるかを調べる

$(\boldsymbol{x}-\boldsymbol{\bar{x}})(\boldsymbol{y}-\boldsymbol{\bar{y}})$ の総和を $\boldsymbol{a}$

$(\boldsymbol{x}-\boldsymbol{\bar{x}})^2$ の総和を $\boldsymbol{b}$

$(\boldsymbol{y}-\boldsymbol{\bar{y}})^2$ の総和を $\boldsymbol{c}$

として、相関係数 $\boldsymbol{r}=\dfrac{\boldsymbol{a}}{\sqrt{\boldsymbol{bc}}}$　　$(-1\leq \boldsymbol{r}\leq 1)$

$\boldsymbol{r}$ が１に近い⇒正の相関が強い

$\boldsymbol{r}$ が0に近い⇒相関がない

$\boldsymbol{r}$ が－1に近い⇒負の相関が強い

＜平面図形＞（数Ｉ）

（１） 三角形の成立条件

三角形の３辺の長さが a,b,c のとき、$|a-b|<c<a+b$ が成り立つ。

（２） 三角形の５心

① △ＡＢＣの３辺の垂直二等分線は１点Ｏ（外心）で交わる。
外心は外接円の中心である。

② △ＡＢＣの各頂点から対辺に下ろした３つの垂線は
１点Ｈ（垂心）で交わる。

③ △ＡＢＣの３つの内角の二等分線は１点Ｉ（内心）
で交わる。内心は内接円の中心である。

④ △ＡＢＣの３つの中線は１点Ｇ（重心）で交わる。
重心は中線を２：１の比に内分する。

④ △ＡＢＣの１つの内角の二等分線と他の２つの頂点における外角の二等分線は１点（傍心）で交わる（３つある）。
傍心は傍接円の中心である。

（３） 円周角（一部中３）

① 同じ弧に対する円周角は等しい。

② 円周角は中心角の半分である。

③ 直径に対する円周角は直角である。

④ 円周角の定理の逆
４点Ａ，Ｂ，Ｐ，Ｑについて、Ｐ，Ｑが直線ＡＢに対して同じ側にあって、∠ＡＰＢ＝∠ＡＱＢならば
この４点は同一円周上にある。

（４） 円に内接する四角形

① 内接四角形⇔向かい合う内角の和は 180° である。

② 内接四角形⇔１つの内角は向かい合う角の外角に等しい。

（５） 接弦定理

ＡＴが点Ａにおける円の接線ならば

∠ＢＡＴ＝∠ＡＰＢ

（注）逆も成り立つ。

∠ＢＡＴ＝∠ＡＰＢ ならば、ＡＴは点Ａにおける円の接線である。

（６） 方べきの定理

① 点Ｐを通る２直線が円と点Ａ，Ｂおよび
Ｃ，Ｄで交わるとき（図１，２）

ＰＡ・ＰＢ＝ＰＣ・ＰＤ

② 円の弦ＡＢの延長上の点Ｐから、円に
引いた接線をＰＴとするとき（図３）

ＰＡ・ＰＢ＝ＰＴ²

（注）方べきの定理は逆も成り立つ。

※ ２つの円の位置関係、共通接線についても確認しておく。

※ 定規とコンパスを用いての作図は中学で学習したものを確認しておく。（中学から）

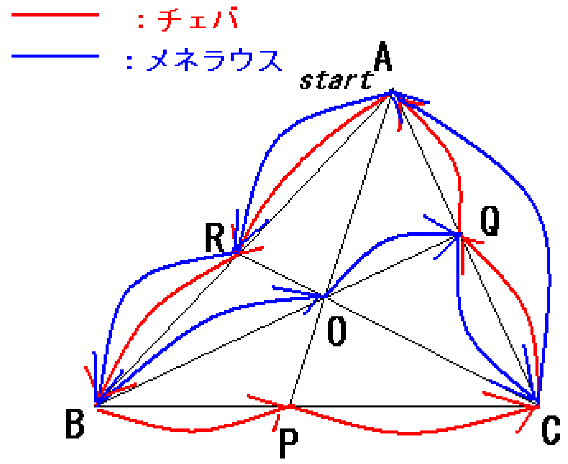
下図のように△ＡＢＣにおいて、辺ＢＣ，ＣＡ，ＡＢ上またはその延長上にそれぞれＰ，Ｑ，Ｒがあり、ＡＰ，ＢＱ，ＣＲが１点Ｏで交わるとき

（７）チェバの定理

$$\frac{AR}{RB}\cdot\frac{BP}{PC}\cdot\frac{CQ}{QA}=1$$

（８）メネラウスの定理

$$\frac{AR}{RB}\cdot\frac{BO}{OQ}\cdot\frac{QC}{CA}=1$$



一筆書きの要領で覚えましょう

＜空間図形＞（数Ａ）

空間における平面や直線の位置関係

・平行な直線の一方に垂直な直線は他方とも垂直

・平面上の交わる2直線に垂直な直線は、この平面と垂直

・平面と垂直な直線を含む平面は元の平面と垂直

＜凸多面体＞（数Ａ）

オイラーの多面体定理

凸多面体の頂点の数を $\boldsymbol{v}$、辺の数を $\boldsymbol{e}$、面の数を $\boldsymbol{f}$ とすると

$\boldsymbol{v}-\boldsymbol{e}+\boldsymbol{f}=2$ が成立する

＜整数の性質＞（数Ｉ→数Ａ）

倍数・約数・最大公約数・最小公倍数

$\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$ の最大公約数 $\boldsymbol{G}$、最小公倍数 $\boldsymbol{l}$ として

$\boldsymbol{a}=\boldsymbol{G}\boldsymbol{a}',\ \boldsymbol{b}=\boldsymbol{G}\boldsymbol{b}'$ ならば

・$\boldsymbol{a}',\boldsymbol{b}'$ は互いに素

・最小公倍数：$\boldsymbol{l}=\boldsymbol{G}\boldsymbol{a}'\boldsymbol{b}'$

・$\boldsymbol{ab}=\boldsymbol{Gl}$ さらに $\boldsymbol{G}=1$ ならば最小公倍数 $\boldsymbol{l}=\boldsymbol{ab}$

＜倍数の判定法＞（数Ａ）

2の倍数：一位の位が0, 2, 4, 6, 8

3の倍数：各位の数の和が3の倍数

4の倍数：下二桁が4の倍数

5の倍数：一位の位が0, 5

9の倍数：各位の数の和が9の倍数

連続する2整数の積は2の倍数

連続する3整数の積は6の倍数

＜整数の分類（場合分け）＞（数A）

$\boldsymbol{a}$を$\boldsymbol{b}$で割った商を$\boldsymbol{q}$余り$\boldsymbol{r}$として

$\boldsymbol{a = bq + r}\ \ (0 \le \boldsymbol{r} < \boldsymbol{b})$ と一意に定まる。

① 2で割った余りで分類⇒全整数を $\boldsymbol{n} = 2\boldsymbol{k}$ と $\boldsymbol{n} = 2\boldsymbol{k} + 1$ に分類

② 3で割った余りで分類⇒全整数を $\boldsymbol{n} = 3\boldsymbol{k}$ と $\boldsymbol{n} = 3\boldsymbol{k} + 1$ と
$\boldsymbol{n} = 3\boldsymbol{k} + 2$ に分類

③ 一般に $\boldsymbol{m}$ で割った余りで分類⇒全整数を
$\boldsymbol{n = mk}$ と $\boldsymbol{n = mk} + 1$ と $\boldsymbol{n = mk} + 2 \cdots \boldsymbol{n = mk + (m-1)}$
に分類

＜約数の個数＞（数A）

$\boldsymbol{N}$ を素因数分解して、$\boldsymbol{N = p^a q^b r^c} \cdots$

正の約数の個数は、$\boldsymbol{(a+1)(b+1)(c+1)} \cdots$

＜ユークリッドの互除法＞（旧数B→数A）

最大公約数の求め方

$\boldsymbol{a}$を$\boldsymbol{b}$で割ったとき、余り$\boldsymbol{r}$として

$\boldsymbol{a}$ と $\boldsymbol{b}$ の最大公約数は、$\boldsymbol{b}$ と $\boldsymbol{r_0}$ の最大公約数であることを用いる

【手順１】$\boldsymbol{a}$ を $\boldsymbol{b}$ で割る

【手順２】余り $\boldsymbol{r_0} = 0$ なら終了　最大公約数は$\boldsymbol{b}$

【手順３】$\boldsymbol{r_0} > 0$ なら $\boldsymbol{b}$ を $\boldsymbol{r_0}$ で割る

【手順４】余り $\boldsymbol{r_1} = 0$ なら終了　最大公約数は$\boldsymbol{r_0}$

以下繰り返し

＜分数の性質＞（数A）

$\dfrac{\boldsymbol{m}}{\boldsymbol{n}}$ が既約分数のとき

分母ｎの素因数が2or5ならば有限小数

分母ｎの素因数が2or5以外を含むならば循環小数

＜ｎ進法＞（数A）

ｎ進法で表された数abcdeは、十進法で表すと

$\boldsymbol{a \times n^4 + b \times n^3 + c \times n^2 + d \times n + e}$

また、十進法で表された数をｎ進法表示するには、ｎで割った余りを求め1位の位が決定、さらにｎで割った余りを求めて2位の位が決定というように繰り返せばよい。

＜個数の処理＞（数A）

基本的には樹形図で数え上げする

その他の方法として、

順列：${}_nP_r$

組合せ：${}_nC_r$

重複順列：n^r

同じものを含む順列：$\dfrac{\boldsymbol{n!}}{\boldsymbol{p!q!r!}\cdots}$

重複組合せ：${}_nH_r = {}_{n+r-1}C_r$

円順列：$\boldsymbol{(n-1)!}$

組分けについて…同じ数ずつに分けるとき、A，B，Cのような区別があるかないか注意

＜確率＞（数A）

$P(A) = \dfrac{n(A)}{n(U)}$　　$0 \le \boldsymbol{P(A)} \le 1$

余事象の確率

$\boldsymbol{P(\overline{A}) = 1 - P(A)}$

加法定理（場合分け）

$\boldsymbol{P(A \cup B) = P(A) + P(B)}$

注意：背反ではない場合は

$\boldsymbol{P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)}$

事象 $\boldsymbol{A}$ が起こるが、事象 $\boldsymbol{B}$ が起こらない確率

$\boldsymbol{P(A \cap \overline{B}) = P(A) - P(A \cap B)}$

独立試行の確率（引き続き起こる）

$P(C) = P(A)P(B)$

反復試行の確率

${}_nC_r\,p^r q^{n-r}$　ここで、$\boldsymbol{q = 1 - p}$

＜条件付き確率＞（旧数 C→数A）

事象 $\boldsymbol{A}$ が起こったときの、事象 $\boldsymbol{B}$ が起こる確率

$\boldsymbol{P_A(B) = \dfrac{P(A \cap B)}{P(A)}}$

したがって、乗法定理

$\boldsymbol{P(A \cap B) = P(A)P_A(B)}$ を得る