公式集　数学Ⅰ・A

＜式の計算＞

（1）指数法則

①$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$

②$(a^m)^n = a^{mn}$

③$(ab)^n = a^n b^n$

（2）因数分解・乗法公式

①$\boldsymbol{acx^2 + (ad+bc)x + bd = (ax+b)(cx+d)}$　（いわゆる、たすき掛け）

②$a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$

③$a^2 \pm 2ab + b^2 = (a \pm b)^2$

④$a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3 = (a \pm b)^3$

⑤$a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca = (a+b+c)^2$

⑥$a^3 \pm b^3 = (a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2)$

上記の複号は同順である

余裕があれば、以下の公式も知っていると良い

$a^3 + b^3 + c^3 - 3abc = (a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca)$

[良くある式の変形]

①$a^2 + b^2 = (a+b)^2 - 2ab$

②$(a-b)^2 = (a+b)^2 - 4ab$

③$a^3 + b^3 = (a+b)^3 - 3ab(a+b)$

[因数分解の一般的解法]

①　ある文字について整理する（次数が低いものが良い）

②　公式が使える様に変形するか、因数定理の利用（数Ⅱ）

＜実数＞

（1）絶対値の処理

数直線上で、実数aと原点からの距離は、$|a|$

$$|a| = \begin{cases} a & (a \geqq 0\text{のとき}) \\ -a & (a < 0\text{のとき}) \end{cases}$$

（2）平方根の計算

分母の有理化や四則計算は確実にできること

①$\sqrt{a^2} = |a|$は、$(\sqrt{a})^2 = a$とは違うことに注意せよ

②　2重根号を外すには、

$$\sqrt{(a+b) \pm 2\sqrt{ab}} = \sqrt{a} \pm \sqrt{b}$$

＜1次不等式と2次方程式＞

（1）1次不等式

①　不等式の性質

$a < b, c > 0$　ならば　$ac < bc$，$\dfrac{\boldsymbol{a}}{\boldsymbol{c}} < \dfrac{\boldsymbol{b}}{\boldsymbol{c}}$

$a < b, c < 0$　ならば　$ac > bc$，$\dfrac{\boldsymbol{a}}{\boldsymbol{c}} > \dfrac{\boldsymbol{b}}{\boldsymbol{c}}$

②　連立不等式

連立不等式は、数直線を利用して共通部分を求める。

③　絶対値を含む方程式・不等式

$c > 0$のとき、方程式　$|x| = c$の解は、$x = \pm c$

不等式　$|x| < c$の解は、$-c < x < c$

不等式　$|x| > c$の解は、$x < -c, c < x$

＜2次方程式＞

$ax^2 + bx + c = 0$（$a \neq 0$）

（注）$a = 0$だと1次方程式になる

（1）2次方程式の解法

①　因数分解を利用する

$(ax-b)(cx-d) = 0$から$x = \dfrac{b}{a}, x = \dfrac{d}{c}$

②　解の公式を用いる。

$ax^2 + bx + c = 0$のとき、

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

また、bが偶数のとき（$b = 2b'$）、

$$x = \frac{-b' \pm \sqrt{b'^2 - ac}}{a}$$

（2）2次方程式の実数解の個数

判別式$D = b^2 - 4ac$を利用して、

$D > 0, D = 0, D < 0$で解を分類できる。

＜2次関数とグラフ＞

$y = ax^2 + bx + c = a(x-p)^2 + q$　（$a \neq 0$）

$= a(x-\alpha)(x-\beta)$

①平方完成して、頂点(p, q)を決定する

②判別式$D = b^2 - 4ac$でx軸との関係を調べる

③最大値・最小値に関しては、定義域に注意する

④関数$y = f(x)$の平行移動：$y - q = f(x-p)$

⑤関数の決定

1. $y = ax^2 + bx + c$
2. $y = a(x-p)^2 + q$
3. $y = a(x-\alpha)(x-\beta)$

このうちのどれを使うかは、問題によって使い分ける。

＜２次不等式＞

２次不等式の解は、２次関数のグラフから考える。($\boldsymbol{a} > 0$)

（1）判別式$\boldsymbol{D} = \boldsymbol{b}^2 - 4\boldsymbol{ac} > 0$のとき

①$ax^2 + bx + c < 0$の解は、$\alpha < x < \beta$

②$ax^2 + bx + c > 0$の解は、$x < \alpha, \beta < x$

（2）判別式$D = b^2 - 4ac = 0$のとき

①$ax^2 + bx + c < 0$の解は、ない

②$ax^2 + bx + c > 0$の解は、$x = \alpha$以外のすべての実数

③$ax^2 + bx + c \leqq 0$の解は、$x = \alpha$

④$ax^2 + bx + c \geqq 0$の解は、すべての実数

（3）判別式$D = b^2 - 4ac < 0$のとき

①$ax^2 + bx + c < 0$の解は、ない

②$ax^2 + bx + c > 0$の解は、すべての実数

③$ax^2 + bx + c \leqq 0$の解は、ない

④$ax^2 + bx + c \geqq 0$の解は、すべての実数

＜三角比＞

値を決定できること、逆に角度を決定できること。

三角方程式・不等式を解けること。

（1）相互関係

①$\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$

②$\tan\theta = \dfrac{\sin\theta}{\cos\theta}$

③$\tan^2\theta + 1 = \dfrac{1}{\cos^2\theta}$

（2）正弦定理

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$$

（Rは、外接円の半径）

（3）余弦定理（２辺b, cと挟む角A）

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos A$$

３辺から角を求める時、余弦定理を変形して

$$\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$$

（4）三角形の面積（２辺b, cと挟む角A）

$$S = \frac{1}{2}bc\sin A$$

※　内接円の半径rを求めることへ応用される

$S = \dfrac{1}{2}ar + \dfrac{1}{2}br + \dfrac{1}{2}cr$より

$$r = \frac{2S}{a + b + c}$$

さらに、余裕があれば、以下のヘロンの公式も知っていると良い

面積$S = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$　（sは三角形の周の半分）

（5）球の体積と表面積

体積$V = \dfrac{4}{3}\pi r^3$，　表面積$S = 4\pi r^2$

（6）相似な図形の面積比，体積比

相似比が$m : n$である図形の面積比は、$m^2 : n^2$

相似比が$m : n$である立体の表面積の比は、$m^2 : n^2$，

体積比は、$m^3 : n^3$

＜集合＞

ベン図の利用と記号と用語の使用法を確実にする

属する：$x \in A$

共通部分：$A \cap B$

和集合：$A \cup B$

補集合：$\overline{A}$

部分集合：$A \subset B$

要素の個数については、

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$n(A \cup B \cup C) =$$

$$n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(B \cap C) - n(C \cap A) + n(A \cap B \cap C)$$

ド・モルガンの法則について確認すること。

＜個数の処理＞

基本的には樹形図で数え上げする

その他の方法として、

順列：${}_nP_r$

組合せ：${}_nC_r$

重複順列：n^r

同じものを含む順列：$\dfrac{n!}{p!q!r!\cdots}$

重複組合せ：${}_nH_r = {}_{n+r-1}C_r$

円順列：$(n-1)!$

組分けについて…同じ数づつに分けるとき、A，B，Cのような区別があるかないか注意

＜二項定理＞

$$(a+b)^n = {}_nC_0a^n + {}_nC_1a^{n-1}b + \cdots + {}_nC_ra^{n-r}b^r + \cdots + {}_nC_nb^n$$

パスカルの三角形を利用できること

多項定理：$(a+b+c+\cdots)^n$ の展開式で、$a^p b^q c^r \cdots$ の係数は、

$\dfrac{n!}{p!q!r!\cdots}$ である。

＜確率＞

$$P(A)=\frac{n(A)}{n(U)}$$

独立試行の確率

$$P(C)=P(A)P(B)$$

反復試行の確率

$${}_nC_r p^r q^{n-r}$$

期待値

$$E(X)=x_1p_1+x_2p_2+x_3p_3+\cdots+x_np_n$$

＜命題＞

条件文：$p \to q$ の逆･裏･対偶を作ることが出来るようにし、その真偽の判定や証明が出来ること。真偽の判定や証明は集合の包含関係を用いる場合や『元の命題の真偽と対偶の真偽が一致する』ことを用いる。必要条件・十分条件の判断。

[背理法]

結論を否定して推論を進めると、既知事項と矛盾することを示すという証明方法である。

＜平面図形＞

（1）　三角形の成立条件

三角形の３辺の長さが a,b,c のとき、$|a-b|<c<a+b$ 　が成り立つ。

（2）　三角形の５心

①　△ＡＢＣの３辺の垂直二等分線は１点Ｏ（外心）で交わる。
外心は外接円の中心である。

②　△ＡＢＣの各頂点から対辺に下ろした３つの垂線は
１点Ｈ（垂心）で交わる。

③　△ＡＢＣの３つの内角の二等分線は１点Ｉ（内心）
で交わる。内心は内接円の中心である。

④　△ＡＢＣの３つの中線は１点Ｇ（重心）で交わる。
重心は中線を２：１の比に内分する。

④　△ＡＢＣの１つの内角の二等分線と他の２つの頂点における外角の二等分線は１点（傍心）で交わる（３つある）。
傍心は傍接円の中心である。

（3）　円周角

①　同じ弧に対する円周角は等しい。
②　円周角は中心角の半分である。
③　直径に対する円周角は直角である。
④　円周角の定理の逆
４点Ａ，Ｂ，Ｐ，Ｑについて、Ｐ，Ｑが直線ＡＢに対して同じ側にあって、∠ＡＰＢ＝∠ＡＱＢならば
この４点は同一円周上にある。

（4）　円に内接する四角形

①　内接四角形⇔向かい合う内角の和は 180°　である。
②　内接四角形⇔１つの内角は向かい合う角の外角に等しい。

（5）　接弦定理

ＡＴが点Ａにおける円の接線ならば
∠ＢＡＴ＝∠ＡＰＢ
(注)　逆も成り立つ。
∠ＢＡＴ＝∠ＡＰＢ　ならば、ＡＴは点Ａにおける円の接線である。

（6）　方べきの定理

①　点Ｐを通る２直線が円と点Ａ，Ｂおよび
Ｃ，Ｄで交わるとき（図１，２）
ＰＡ・ＰＢ＝ＰＣ・ＰＤ
②　円の弦ＡＢの延長上の点Ｐから、円に
引いた接線をＰＴとするとき（図３）
ＰＡ・ＰＢ＝ＰＴ²
(注)　方べきの定理は逆も成り立つ。

※　２つの円の位置関係、共通接線についても確認しておく。

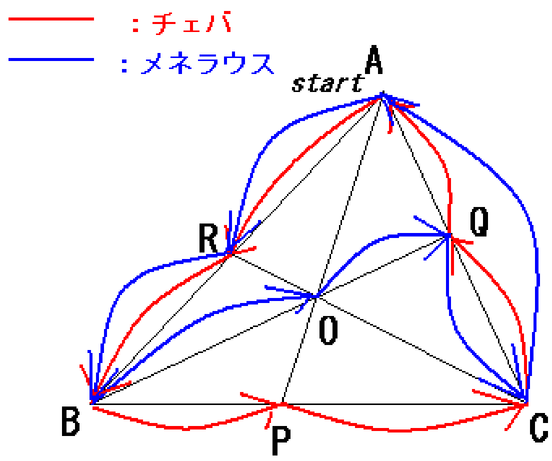
下図のように△ＡＢＣにおいて、辺ＢＣ，ＣＡ，ＡＢ上またはその延長上にそれぞれＰ，Ｑ，Ｒがあり、ＡＰ，ＢＱ，ＣＲが１点Ｏで交わるとき

（7）チェバの定理

$$\frac{AR}{RB}\frac{BP}{PC}\cdot\frac{CQ}{QA}=1$$

（8）メネラウスの定理

$$\frac{AR}{RB}\cdot\frac{BO}{OQ}\cdot\frac{QC}{CA}=1$$



一筆書きの要領で覚えましょう