数学Ⅲ

＜関数の極限＞

$\lim_{x \to a} f(x) = \alpha$　または　$x \to a$ のとき $f(x) \to \alpha$ と表記する。

①$\lim_{x \to a} f(x) = \alpha$ 、$\lim_{x \to a} g(x) = \beta$　のとき以下が成立する

$\lim_{x \to a} cf(x) = c\alpha$　（cは定数）

$\lim_{x \to a} \{f(x) \pm g(x)\} = \alpha \pm \beta$　（複号同順）

$\lim_{x \to a} \{f(x)g(x)\} = \alpha\beta$

$\lim_{x \to a} \dfrac{f(x)}{g(x)} = \dfrac{\alpha}{\beta}$　（$\beta \neq 0$）

②右方極限、左方極限について

$\lim_{x \to a+0} f(x) = \alpha$ 、$\lim_{x \to a-0} f(x) = \beta$（極限の存在）

特に、$\alpha = \beta$ のとき、$\lim_{x \to a} f(x) = \alpha$ と書くことができる

（つまり、右方極限と左方極限の一致する場合である）

③不定形の極限の対処法

$\dfrac{0}{0}$ 型のときは、分数式ならば約分、無理式は有理化

$\dfrac{\infty}{\infty}$ 型のときは、分母分子を分母の最高次数で割る

$\infty - \infty$ 型のときは、無理式は有理化、整式は最高次数の項でくくり出す

注）右方極限、左方極限は、$y = f(x)$ のグラフの概形を調べるときにも利用される。(漸近線の存在)

＜三角関数・指数関数・対数関数の極限＞

①$\lim_{x \to 0} \dfrac{\sin x}{x} = 1$　（xは、ラジアン角）

② $\lim_{x \to \pm\infty} \left(1 + \dfrac{1}{x}\right)^x = e \cong 2.718281$　（自然対数の底）

③指数関数・対数関数のグラフからも分かるように

(1)　$a > 1$ ときは

$\lim_{x \to +\infty} a^x = +\infty$ 、$\lim_{x \to -\infty} a^x = 0$

$\lim_{x \to +\infty} \log_a x = +\infty$ 、$\lim_{x \to +0} \log_a x = -\infty$

(2)　$0 < a < 1$ のときは

$\lim_{x \to +\infty} a^x = -\infty$ 、$\lim_{x \to -\infty} a^x = +\infty$

$\lim_{x \to +\infty} \log_a x = -\infty$ 、$\lim_{x \to +0} \log_a x = +\infty$

＜関数の連続性＞

$\lim_{x \to a} f(x) = f(a)$ のとき、すなわち $\lim_{x \to a} f(x)$ が存在し、それが $f(a)$ の値と一致する場合に、この関数は、$x=a$ で連続である

＜中間値の定理＞

閉区間 $[a, b]$ で連続な関数 $f(x)$ は、その区間で $f(a), f(b)$ の間の任意の値をとる。特に $f(a)f(b) < 0$ ならば、区間 (a, b) に $f(c) = 0$ となるcが、少なくとも１つ存在する。

（方程式の解の存在を示す場合に利用される。）

＜微分法＞

①　積の微分：$y = f(x)g(x) \Rightarrow y' = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$

②　商の微分：$y = \dfrac{f(x)}{g(x)} \Rightarrow y' = \dfrac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{\{g(x)\}^2}$

③　合成関数の微分：$\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{dy}{du}\dfrac{du}{dx}$

$y = f(u)$ で $u = g(x)$ のとき、つまり

$y = f(g(x)) \Rightarrow y' = f'(g(x))g'(x)$ である

④　陰関数の微分：$F(x, y) = 0$ のとき、y を x の関数とみて両辺を x で微分する。y が x の関数のときは、

$\dfrac{d}{dx} f(y) = \dfrac{d}{dy} f(y) \cdot \dfrac{dy}{dx}$ を利用する

⑤　対数微分法：両辺の対数をとり、両辺を x で微分する。

⑥　逆関数の微分：$\dfrac{dx}{dy} = \dfrac{1}{\dfrac{dy}{dx}} = \dfrac{1}{f'(x)}$

⑦　媒介変数表示された関数の微分

$x = f(t), y = g(t)$　のとき

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\dfrac{dy}{dt}}{\dfrac{dx}{dt}} = \frac{g'(t)}{f'(t)}$$

＜高次導関数＞

$f''(x) = \dfrac{d}{dx} f'(x)$ 、　$f'''(x) = \dfrac{d}{dx} f''(x)$

$\dfrac{d^n}{dx^n} f(x) = f^{(n)}(x)$　（n 階微分）

＜基本的な関数の微分＞

$y = c \Rightarrow y' = 0$　（c は定数）

$y = x^n \Rightarrow y' = nx^{n-1}$　（n は実数）

$y = \sin x \Rightarrow y' = \cos x$

$y = \cos x \Rightarrow y' = -\sin x$

$y = \tan x \Rightarrow y' = \dfrac{1}{\cos^2 x}$

$y = \log|x| \Rightarrow y' = \dfrac{1}{x}$

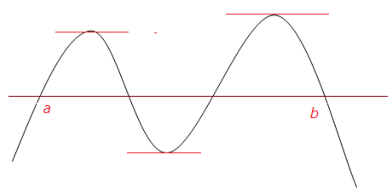
$y = \log_a |x| \Rightarrow y' = \dfrac{1}{x \log a}$

$y = e^x \Rightarrow y' = e^x$

$y = a^x \Rightarrow y' = a^x \log a$　（$a > 0, a \neq 1$）

＜ロルの定理＞

$f(a) = f(b) = 0$ のとき $a < c < b$ で、$f'(c) = 0$ を満たす c が存在する

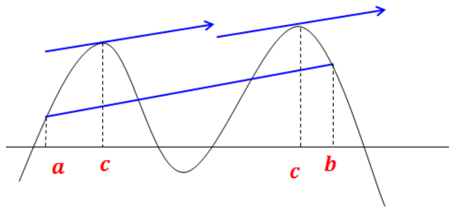


＜平均値の定理＞

①　関数 $f(x)$ が区間 $[a, b]$ で $f'(x)$ をもてば、

$\dfrac{f(b) - f(a)}{b - a} = f'(c)$

となるcが、区間 (a, b) に少なくとも１つ存在する。



②表現の仕方を変えると以下の式を満たすθが存在する。

$f(a + h) = f(a) + hf'(a + \theta h)$　（$0 < \theta < 1$）

（極限値を求める問題にも応用される）

＜接線・法線＞

接線：曲線 $y=f(x)$ 上の $x=a$ における接線の方程式は、

$$y-f(a)=f'(a)(x-a)$$

法線：曲線 $y=f(x)$ 上の $x=a$ における法線の方程式は、

$$y-f(a)=-\frac{1}{f'(a)}(x-a)$$

＜関数のグラフ＞

$y=f(x)$ で、$y'=f'(x)$ を求め $f'(x)$ の符号を調べて関数の増減や極大値･極小値を調べるのは、数学ⅡB と同様だが、$y''=f''(x)$ の符号を調べて、曲線の凹凸や変曲点を調べることができる。変曲点とは、グラフが下に凸から上に凸に変わる点、またはグラフが上に凸から下に凸に変わる点である。通常は、微分可能な点なので、$f''(x)=0$ になる x の値の前後で符号が変わるかを調べることになる。微分可能な点ではないときは、極値と同様に注意を要することになる。

また、漸近線については、$\lim_{x\to a\pm 0} f(x)=\pm\infty$ のとき $x=a$

$\lim_{x\to\pm\infty}\{f(x)-(ax+b)\}=0$ のとき、$y=ax+b$

さらに、グラフの対称性、座標軸との交点、不連続点、存在範囲に注意をして概形を描くことができる。

※グラフをかくことにより不等式の証明や方程式の解の存在等々を調べることができる

＜近似式＞

h が十分小さいとき

①1 次の近似式

$f(a+h)\cong f(a)+f'(a)h$

$x=a+h$ とすれば、

$f(x)\cong f(a)+f'(a)(x-a)$

さらに、x が十分 0 に近ければ

$f(x)\cong f(0)+f'(0)x$

特に、近似式　$(1+x)^p=1+px$ は、有名である。

②２次の近似式

$$f(a+h)\cong f(a)+f'(a)h+\frac{1}{2}f''(a)h^2$$

③$|\Delta x|$ が十分小さいときは、

$\Delta y=y'\Delta x$ と考えて良い。

＜基本的な不定積分＞

積分定数を C とする

① $\int x^n dx=\dfrac{x^{n+1}}{n+1}+C$　（$n\neq -1$）

② $\int \dfrac{1}{x}\,dx=\log|x|+C$

③ $\int \sin x\,dx=-\cos x+C$

④ $\int \cos x\,dx=\sin x+C$

⑤ $\int e^x dx=e^x+C$

⑥ $\int a^x dx=\dfrac{a^x}{\log a}+C$

＜積分法＞

① 置換積分

$g(x)=t$ とおくと $g'(x)dx=dt$ より

$$\int f(g(x))g'(x)dx=\int f(t)dt$$

例：$ax+b=t,\ x^2=t,\ \sqrt{1-x}=t,\ \sin x=t$ 等々

または、$x=g(t)$ とおき $dx=g'(t)dt$

$$\int f(x)dx=\int f(g(t))g'(t)dt$$

例：$x=a\sin t,\ x=\tan t,\ x=at+b$ 等々

注意：定積分のときは、積分範囲が変わるので気をつけること

② 部分積分

$$\int f(x)g'(x)dx=f(x)g(x)-\int f'(x)g(x)dx$$

注意：定積分のときは、求める積分を I とおいて、繰り返し部分積分を使って求める方法がある。

③ 式の変形

積和の公式

$$\sin\alpha\cos\beta=\frac{1}{2}\{\sin(\alpha+\beta)+\sin(\alpha-\beta)\}$$

$$\cos\alpha\sin\beta=\frac{1}{2}\{\sin(\alpha+\beta)-\sin(\alpha-\beta)\}$$

$$\cos\alpha\cos\beta=\frac{1}{2}\{\cos(\alpha+\beta)+\cos(\alpha-\beta)\}$$

$$\sin\alpha\sin\beta=-\frac{1}{2}\{\cos(\alpha+\beta)-\cos(\alpha-\beta)\}$$

その他、三角関数の公式、割り算、有理化、部分分数分解で対応する。

注意：置換積分と変形を組み合わせて、三角関数を有理式に変形する方法もあるが乱用は避けよう。

$\tan\dfrac{x}{2}=t$ とおくと $dx=\dfrac{2}{1+t^2}dt$ で、

$\sin x=\dfrac{2t}{1+t^2}$　$\cos x=\dfrac{1-t^2}{1+t^2}$　$\tan x=\dfrac{2t}{1-t^2}$ を利用できる

＜定積分＞

$\int_a^b f(x)dx=[F(x)]_a^b=\mathrm{S}$　（S は符号付面積）

$\int_{-a}^{a}\sqrt{a^2-x^2}\,dx=\dfrac{\pi a^2}{2}$　（円の半分の面積）は有名。

＜定積分の基本性質＞

(0) $\int_a^b cf(x)dx=c\int_b^a f(x)dx$

(1) $\int_a^a f(x)dx=0$

(2) $\int_a^b f(x)dx=-\int_b^a f(x)dx$

(3) $\int_a^b f(x)dx+\int_b^c f(x)dx=\int_a^c f(x)dx$

(4) $\int_a^b f(x)dx\pm\int_a^b g(x)dx=\int_a^b\{f(x)\pm g(x)\}dx$

(5) $\int_{-a}^{a} f(x)dx=\begin{cases}2\int_0^a f(x)dx & (f(x):\text{偶関数})\\ 0 & (f(x):\text{奇関数})\end{cases}$

(6) $f(x)\ge g(x)\Rightarrow \int_a^b f(x)dx\ge\int_a^b g(x)dx$

余裕があれば、シュワルツの不等式も覚えよう

$$\left\{\int_a^b f(x)g(x)dx\right\}^2\le\left(\int_a^b\{f(x)\}^2dx\right)\left(\int_a^b\{g(x)\}^2dx\right)$$

＜微分と定積分＞

$$\frac{d}{dx}\int_a^x f(t)dt=f(x)$$

＜区分求積＞

$\Delta x = \dfrac{b-a}{n}$ 　$, x_k = a + k\Delta x$ として、

$$\int_a^b f(x)dx = \lim_{n\to\infty}\sum_{k=0}^{n-1} f(x_k)\Delta x = \lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n} f(x_k)\Delta x$$

積分を利用して極限値を求めることに利用される。計算を楽にするため以下の式が良く用いられる

$$\int_0^1 f(x)dx = \lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{n}f\left(\frac{k}{n}\right)$$

＜面積＞

$y=f(x)$ と x軸に挟まれた部分の面積

$$S = \int_\alpha^\beta |f(x)|dx$$

２曲線に囲まれた部分の面積

$$S = \int_\alpha^\beta |f(x)-g(x)|dx$$

＜体積＞

切り口の面積が、$S(x)$ のときは $V = \int_\alpha^\beta S(x)dx$

$V = \pi\int_\alpha^\beta \{f(x)\}^2 dx$ 　（回転体の体積）

＜曲線の長さ＞

① $y=f(x)$ の孤の長さ

$$s = \int_a^b \sqrt{1+\{f'(x)\}^2}dx$$

② $x=f(t), y=g(t)$ の孤の長さ

$$s = \int_a^b \sqrt{\{f'(t)\}^2+\{g'(t)\}^2}dt \text{ n}$$

＜速度・加速度・点の位置＞

時刻 t の関数として、点の位置が $s=s(t)$ のとき

$$\underset{\text{点の位置}}{s(t)} \xrightarrow{\text{微分}} \underset{\text{速度}}{v(t)} \xrightarrow{\text{微分}} \underset{\text{加速度}}{a(t)}$$

計算上は、$s'(t)=v(t), s''(t)=a(t)$

逆に考えて、$\underset{\text{加速度}}{a(t)} \xrightarrow{\text{積分}} \underset{\text{速度}}{v(t)} \xrightarrow{\text{積分}} \underset{\text{点の位置}}{s(t)}$

計算上は、$s(t) = \int_a^t v(t)dt + s(a)$ 、$v(t) = \int_a^t a(t)dt + v(a)$

注）平面運動のときは、ベクトルとして扱う。

速度ベクトル $\vec{v} = (v_x(t), v_y(t))$

加速度ベクトル $\vec{a} = (a_x(t), a_y(t))$

注）速さはベクトルの大きさ $|\vec{v}|$ である。

＜道のり＞

$$l = \int_a^t |v(t)|dt$$

＜微分方程式＞

① 変数分離形 $f(y)dy = g(x)dx$ と変形して、両辺を積分して解く $\int f(y)dy = \int g(x)dx$

② 同次型の場合 $y=ux$ とおくと、変数分離形に帰着される $f(u)du = g(x)dx$

例 $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{y^2-x^2}{2xy}$

$y=ux$ とおくと

$$\frac{dy}{dx} = \frac{(ux)^2-x^2}{2x(ux)} = \frac{u^2x^2-x^2}{2ux^2} = \frac{u^2-1}{2u} \quad ・・・①$$

また、$y=ux$ の両辺を x で微分すると

$$\frac{dy}{dx} = \frac{du}{dx}\cdot x + u\cdot 1 = \frac{du}{dx}\cdot x + u \quad ・・・②$$

①②より $\dfrac{du}{dx}\cdot x + u = \dfrac{u^2-1}{2u}$ 　これは変数分離型である

$$\frac{du}{dx}\cdot x = \frac{u^2-1}{2u} - u \quad \therefore \frac{du}{dx}\cdot x = \frac{u^2-1-2u^2}{2u} = -\frac{u^2+1}{2u}$$

$$\therefore \frac{2u}{u^2+1}du = -\frac{1}{x}dx \quad \therefore \int\frac{2u}{u^2+1}du = -\int\frac{1}{x}dx$$

$\therefore \log|u^2+1| = -\log|x| + C$ 　（C:積分定数）

$$\therefore \log|u^2+1| = C - \log|x| = \log e^C - \log|x| = \log\frac{e^C}{|x|}$$

$\therefore |u^2+1| = \dfrac{e^C}{|x|}$ 　$\therefore u^2+1 = \dfrac{\pm e^C}{x}$ ここで $A=\pm e^C$ とおいてさらに $u=\dfrac{y}{x}$ なので $\left(\dfrac{y}{x}\right)^2+1 = \dfrac{A}{x}$ 　$\therefore$

$$x^2+y^2-Ax=0$$

参考：$\left(x-\dfrac{A}{2}\right)^2 + y^2 = \left(\dfrac{A}{2}\right)^2$ なので、原点で y 軸に接する円である。

③ $\dfrac{dy}{dx} = ky$ の一般解は $y=Ce^{kx}$ （C は任意定数）

＜確率の定義＞

$P(A) = \dfrac{n(A)}{n(U)}$ 　　$0 \le P(A) \le 1$

＜余事象の確率＞

$P(\overline{A}) = 1 - P(A)$

加法定理（場合分け）

$P(A\cup B) = P(A) + P(B)$

注意：背反ではない場合は

$P(A\cup B) = P(A) + P(B) - P(A\cap B)$

事象 A が起こるが、事象 B が起こらない確率

$P(A\cap \overline{B}) = P(A) - P(A\cap B)$

＜独立試行の確率（引き続き起こる）＞

$P(C) = P(A)P(B)$

＜反復試行の確率＞

${}_nC_r p^r q^{n-r}$ 　ここで、$q = 1-p$

＜条件付き確率＞

事象 A が起こったときの、事象 B が起こる確率

$$P_A(B) = \frac{P(A\cap B)}{P(A)}$$

したがって、乗法定理

$P(A\cap B) = P(A)P_A(B)$ を得る

＜確率分布と統計的な推測＞

基本は確率変数を読み取り確率分布表

X	x_1 x_2 $\cdots$ x_{n-1} x_n
P	p_1 p_2 $\cdots$ p_{n-1} p_n

（$p_1+p_2+\cdots+p_{n-1}+p_n=1$）から、

期待値（平均）：

$$E(X)=m=x_1p_1+x_2p_2+\cdots+x_{n-1}p_{n-1}+x_np_n$$
$$=\sum_{k=1}^{n}x_kp_k$$

分散：

$$V(X)=E((X-m)^2)=(x_1-m)^2p_1+\cdots+(x_n-m)^2p_n$$
$$=\sum_{k=1}^{n}(x_k-m)^2p_k=E(X^2)-\{E(X)^2\}$$

（分散は、二乗の平均から平均の二乗を引く）

標準偏差：$\sigma(X)=\sqrt{V(X)}$

＜確率変数の変換＞

a ,b は定数として

$Y=aX+b$ のとき期待値（平均）、分散、標準偏差は

$E(Y)=aE(X)+b$

$V(Y)=a^2V(X)$

$\sigma(Y)=|a|\sigma(X)$

＜確率変数の和と積＞（旧数C→数B）

$E(X+Y)=E(X)+E(Y)$

$E(aX+bY)=aE(X)+bE(Y)$

ここでさらに、X ,Y が互いに独立ならば

$E(XY)=E(X)E(Y)$

$V(X+Y)=V(X)+V(Y)$

$V(aX+bY)=a^2V(X)+b^2V(Y)$

＜二項分布＞（旧数C→数B）

二項分布：試行を n 回繰り返し、同じ確率 p で r 回起こるとき $(r=0,1,2,\cdots,n)$

二項分布 $B(n,p)$ と書く、$P(X=r)={}_nC_rp^r(1-p)^{n-r}$

期待値（平均） $E(X)=np$ 、分散 $V(X)=np(1-p)$

＜確率変数が連続のとき＞（旧数C→数B）

連続型確率変数 X の確率密度関数を $f(x)\ (\alpha\le x\le\beta)$ とは

① $f(x)\ge 0$ （常に正）

② $\int_\alpha^\beta f(x)dx=1$ 　（全面積は１）

③ $P(a\le X\le b)=\int_a^b f(x)dx$

（$a\le X\le b$ となる確率は面積を計算して求める）

期待値（平均） $E(X)=m=\int_\alpha^\beta xf(x)dx$ 、

分散 $V(X)=\int_\alpha^\beta (x-m)^2f(x)dx$

＜正規分布＞（旧数C→数B）

最も有名な確率分布で、正規分布 $N(m,\sigma^2)$ と書く

ここで、$m=E(X)$ 平均、$\sigma^2=V(X)$ 分散である。

通常は標準正規分布 $N(0,1)$ に変換して扱われる。

標準化：$Z=\dfrac{X-m}{\sigma}$ とおく

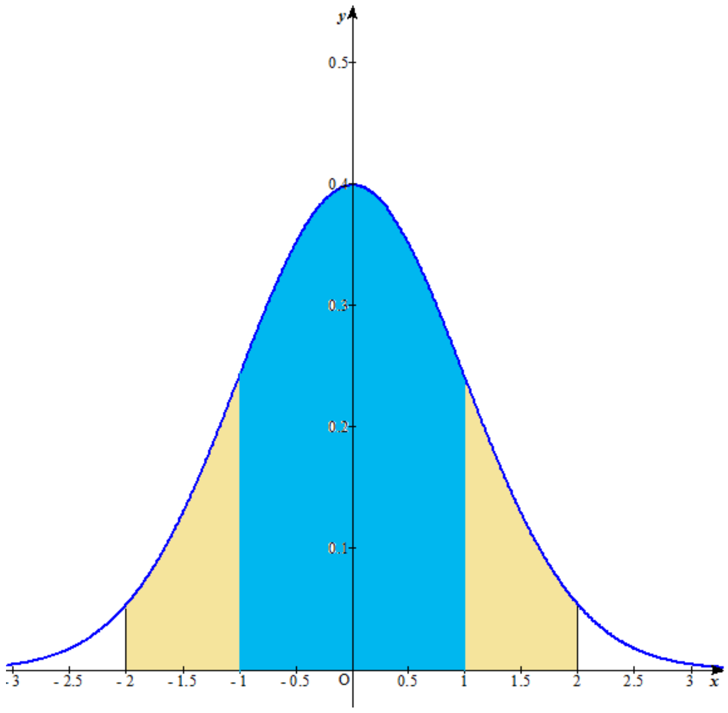
入学試験の偏差値（合格可能性の判定）等々、統計（仮説検定・区間推定）の分野でお馴染みである。

参考１：$N(0,1)$ は、$f(x)=\dfrac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{x^2}{2}}$

$N(m,\sigma^2)$ は、$f(x)=\dfrac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}}e^{-\frac{(x-m)^2}{2\sigma^2}}$

（ここで e はネピア数と呼ばれ自然対数の底として有名な無理数である。$e=2.718\cdots$ である。）

$$f(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{x^2}{2}}$$



$P(-1\le X\le 1)=\int_{-1}^{1}f(x)dx\cong 0.682$

$P(-2\le X\le 2)=\int_{-2}^{2}f(x)dx\cong 0.955$

$P(-3\le X\le 3)=\int_{-3}^{3}f(x)dx\cong 0.997$

標準偏差の ±1 の間に入る確率は６８．２％

標準偏差の ±2 の間に入る確率は９５．５％

標準偏差の ±3 の間に入る確率は９９．７％

である。

また、

標準偏差の ±1.96 の間に入る確率は９５％

標準偏差の ±2.58 の間に入る確率は９９％

$X<-1.64$ または $1.64<X$ に入る確率は５％

を用いて推定や検定という手法が使われる。

参考２：区間推定と仮説検定

かつて、高校でも指導していた内容をまとめる

＜区間推定＞

（Ⅰ）母平均の推定（信頼区間を求める）

ア）信頼度95%のとき

区間は $\left(\bar{x}-1.96\cdot\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}\ ,\bar{x}+1.96\cdot\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$

区間の幅は $2\times1.96\cdot\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}$

イ）信頼度99%のとき

区間は $\left(\bar{x}-2.58\cdot\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}\ ,\bar{x}+2.58\cdot\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$

区間の幅は $2\times2.58\cdot\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}$

ここで、$\bar{x}$ ：標本平均の値、n ：標本の大きさ（個数）

σ ：母標準偏差の値（未知なら標本標準偏差も使用可）を代入して使用する。

（Ⅱ）母比率の推定

ア）信頼度95%のとき

区間は$\left(\bar{p}-1.96\cdot\sqrt{\dfrac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n}}\ ,\bar{p}+1.96\cdot\sqrt{\dfrac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n}}\right)$

区間の幅は$2\times1.96\cdot\sqrt{\dfrac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n}}$

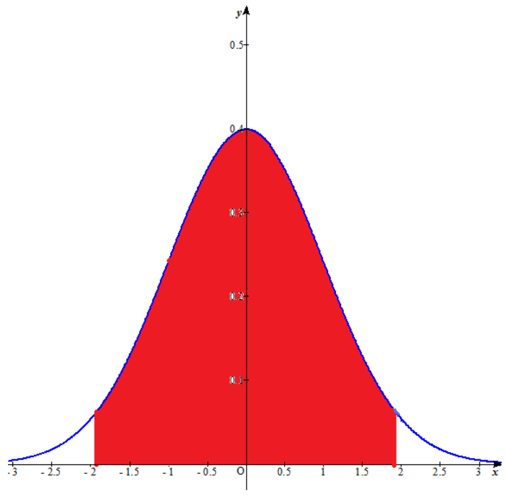
イ）信頼度99%のとき

区間は$\left(\bar{p}-2.58\cdot\sqrt{\dfrac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n}}\ ,\bar{p}+2.58\cdot\sqrt{\dfrac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n}}\right)$

区間の幅は$2\times2.58\cdot\sqrt{\dfrac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n}}$

ここで、$\bar{p}$ ：標本比率の値、n ：標本の大きさ（個数）
を代入して使用する。

※推定は信頼区間の幅を変えることにより、%を変えることが可能



上図の赤い部分に確率変数が入るのが通常であり、
その意味で信頼区間と呼ばれている

＜仮説検定＞

（Ｉ）母平均の検定

① 仮説を立てる（母平均$m=m'$とする）
② 有意水準（危険率）を５%または１%とする
③ 棄却域：$|X|>1.96\Rightarrow5\%$または$|X|>2.58\Rightarrow1\%$
④ 正規分布$N(0,1)$に従うとして$u=\dfrac{\bar{x}-m'}{\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}}$を計算する

ここで、m'が仮説平均　$\bar{x}$ ：標本平均の値、n ：標本の大きさ（個数）

⑤ 定めた棄却域に入るか調べる
・入っていれば仮説を棄却する
（$m=a$とは言えないと結論付ける）
・入っていなければ仮説は棄却できない
（$m=a$でないとは言い切れない）

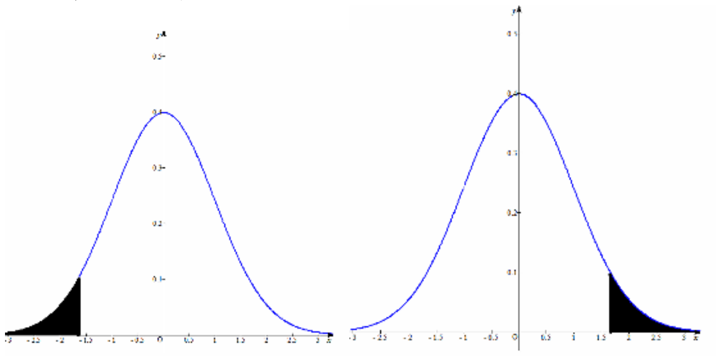
（Ⅱ）母比率の検定

① 仮説を立てる（母比率$p=p'$とする）
② 有意水準（危険率）を５%または１%とする
③ 棄却域：$|X|>1.96\Rightarrow5\%$または$|X|>2.58\Rightarrow1\%$
④ 正規分布$N(0,1)$に従うとして$u=\dfrac{x-np'}{\sqrt{np'(1-p')}}$を計算する

ここで、xは標本の値、p'が仮説比率　n ：標本の大きさ（個数）

⑤ 定めた棄却域に入るか調べる
・入っていれば仮説を棄却する
（$p=p'$とは言えないと結論付ける）
・入っていなければ仮説は棄却できない
（$p=p'$でないとは言い切れない）

※初めから大きい値に外れるか小さい値に外れるかが明らかな場合は、片側検定を行うこともある
例えば棄却域を$X<-1.64$または$1.64<X$として、ここに入る確率は５%を用いる



※また、正規分布でなくｔ分布やχ^2分布（ｶｲｼﾞｼﾞｮｳﾌﾞﾝﾌﾟ）を用いる場合もある。