数学Ⅰ

＜式の計算＞

（１）指数法則

①$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$

②$(a^m)^n = a^{mn}$

③$(ab)^n = a^n b^n$

（２）因数分解・乗法公式

①$acx^2 + (ad+cd)x + bd = (ax+b)(cx+d)$　（いわゆる、たすき掛け）

②$a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$

③$a^2 \pm 2ab + b^2 = (a \pm b)^2$

④$a^3 \pm 3a^2 b + 3ab^2 \pm b^3 = (a \pm b)^3$

⑤$a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca = (a+b+c)^2$

⑥$a^3 \pm b^3 = (a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2)$

上記の複号は同順である

余裕があれば、以下の公式も知っていると良い

$a^3 + b^3 + c^3 - 3abc = (a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca)$

[良くある式の変形]

①$a^2 + b^2 = (a+b)^2 - 2ab$

②$(a-b)^2 = (a+b)^2 - 4ab$

③$a^3 + b^3 = (a+b)^3 - 3ab(a+b)$

[因数分解の一般的解法]

① ある文字について整理する（次数が低いものが良い）

② 公式が使える様に変形するか、因数定理の利用（数Ⅱ）

＜整数の性質＞

倍数・約数・最大公約数・最小公倍数

$\boldsymbol{a}$,$\boldsymbol{b}$ の最大公約数$\boldsymbol{G}$ 、最小公倍数$\boldsymbol{l}$ として

$\boldsymbol{a = Ga'},\ \boldsymbol{b = Gb'}$ ならば

・$\boldsymbol{a'}$,$\boldsymbol{b'}$ は互いに素

・最小公倍数：$\boldsymbol{l = Ga'b'}$

・$\boldsymbol{ab = Gl}$　さらに$\boldsymbol{G} = 1$ならば最小公倍数$\boldsymbol{l = ab}$

＜割り算の性質＞

縦書きの割り算が出来ること

$f(x)$ を $g(x)$ で割って、商が$Q(x)$ で余りが $R(x)$ のときは、

$$\begin{array}{r} Q(x) \\ g(x)\overline{)\,f(x)} \\ ////// \\ \hline R(x) \end{array}$$

$f(x) = g(x)Q(x) + R(x)$ と書ける。

＜分数式計算＞

和や差での通分は式でも同様の計算である

$\dfrac{b}{a} \pm \dfrac{d}{c} = \dfrac{bc}{ac} \pm \dfrac{ad}{ac} = \dfrac{bc \pm ad}{ad}$　（複号は同順）

また、割り算（除法）は掛け算（乗法）に直してから計算すること

例えば

$\dfrac{b}{a} \div \dfrac{d}{c} = \dfrac{b}{a} \times \dfrac{c}{d} = \dfrac{bc}{ad}$　（逆数をかける）

比例式の扱いは

$\dfrac{a}{b} = \dfrac{c}{d}$ のとき $\dfrac{a}{b} = \dfrac{c}{d} = t$ として $a = bt$, $c = dt$ とすると楽になることが多い

繁分数式→分母・分子に同じ多項式をかけて、普通の分数式になおす。$\dfrac{\frac{d}{c}}{\frac{b}{a}} = \dfrac{\frac{d}{c} \times ac}{\frac{b}{a} \times ac} = \dfrac{ad}{bc}$

＜実数＞

（１）虚数の存在と複素数の四則計算

$i^2 = -1$ を用いる。特に、割り算は、分母に共役な複素数（$a + bi \Leftrightarrow a - bi$）を分母と分子に掛けることを用いて計算する。それ以外は、文字の計算と同じである。

（２）絶対値の処理

数直線上で、実数aと原点からの距離は、$|a|$

$$|a| = \begin{cases} a & (a \geqq 0のとき) \\ -a & (a < 0のとき) \end{cases}$$

（３）平方根の計算

分母の有理化や四則計算は確実にできること

①$\sqrt{a^2} = |a|$ は、$(\sqrt{a})^2 = a$ とは違うことに注意せよ

② ２重根号を外すには、

$\sqrt{(a+b) \pm 2\sqrt{ab}} = \sqrt{a} \pm \sqrt{b}$

＜１次不等式と２次方程式＞

（１） １次不等式

① 不等式の性質

$a < b, c > 0$　ならば　$ac < bc$, $\dfrac{a}{c} > \dfrac{b}{c}$

$a < b, c < 0$　ならば　$ac > bc$, $\dfrac{a}{c} < \dfrac{b}{c}$

② 連立不等式

連立不等式は、数直線を利用して共通部分を求める。

③ 絶対値を含む方程式・不等式

$c > 0$ のとき、方程式　$|x| = c$ の解は、$x = \pm c$

不等式　$|x| < c$ の解は、$-c < x < c$

不等式　$|x| > c$ の解は、$x < -c, c < x$

＜２次方程式＞

$ax^2+bx+c=0$（$a\neq 0$）

（注）$a=0$ だと１次方程式になる

（１）２次方程式の解法

① 因数分解を利用する

$(ax-b)(cx-d)=0$ から $x=\dfrac{b}{a}, x=\dfrac{d}{c}$

② 解の公式を用いる。

$ax^2+bx+c=0$ のとき、

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

また、b が偶数のとき（$b=2b'$）、

$$x=\frac{-b'\pm\sqrt{b'^2-ac}}{a}$$

（２）２次方程式の実数解の個数

判別式 $D=b^2-4ac$ を利用して、

$D>0$ ⇒異なる２実数解なので実数解２個

$D=0$ ⇒重解なので実数解１個

$D<0$ ⇒共役な虚数解なので実数解なし（０個）

（３）解と係数の関係

α,β が、方程式 $ax^2+bx+c=0$ の解ならば

$$\begin{cases}\alpha+\beta=-\dfrac{b}{a}\\ \alpha\beta=\dfrac{c}{a}\end{cases}$$

これを用いて、解の和と積が分かれば２次方程式を作ることができる。３次方程式の解と係数の関係も作れると良い。

α,β,γ が、方程式 $ax^3+bx^2+cx+d=0$ の解ならば

$$\begin{cases}\alpha+\beta+\gamma=-\dfrac{b}{a}\\ \alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha=\dfrac{c}{a}\\ \alpha\beta\gamma=-\dfrac{d}{a}\end{cases}$$

※ 数学Ｉの式の変形より

① $\alpha^2+\beta^2=(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta$

② $(\alpha-\beta)^2=(\alpha+\beta)^2-4\alpha\beta$

③ $\alpha^3+\beta^3=(\alpha+\beta)^3-3\alpha\beta(\alpha+\beta)$

＜分数方程式＞

分母を払い整方程式にして解き、分母$\neq 0$に注意せよ

＜無理方程式＞

両辺を２乗して根号をなくし、整方程式にして解き、元の式に解いた解を代入して成立を確認せよ（無縁根に注意する）

＜連立２元２次方程式＞

一般に複雑な計算になる場合が多いが、２次式の因数分解（特に定数項をゼロにした形では、１次式の積＝ゼロから１文字消去）や置き換え（$x+y$ と xy は頻出）により、単純化できる

＜１次関数とグラフ＞

傾きaとy軸との交点の座標b（y切片）で表せる$y=ax+b$

※図形を表す方程式としての直線$ax+by+c=0$

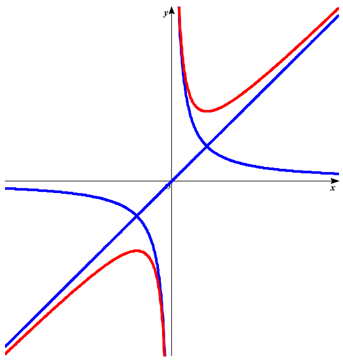
＜分数関数＞

$y=\dfrac{cx+b}{ax+b}$ のとき割り算の商と余りを利用して

$y=p+\dfrac{r}{x-q}$ と変形できる。このときグラフは、漸近線が、

$x=q, y=p$ の直角双曲線になる。

※一般の双曲線も、微分せずに、実際にグラフ上で『グラフの合成』を行うことから概形を描くことができる



例　$y=\frac{x^2+1}{x}=x+\frac{1}{x}$として、$y=x$と

$y=\frac{1}{x}$をかき、高さを足して点をプロットしていく

＜無理関数＞

$y=k\sqrt{f(x)}$ のグラフは、$y^2=k^2f(x)$ のグラフで、

$k>0$ のときx軸より上半分。

$k<0$ のときx軸より下半分。

特に、$y=\sqrt{ax+b}$ や $y=-\sqrt{ax+b}$ は完璧にしておくこと。

＜合成関数＞

$y=f(x)$ で $y=g(x)$ のとき、$y=f(g(x))$ or $y=g(f(x))$

例　$f(x)=x+1,\ g(x)=x^2$ のとき、合成関数は

$$f(g(x))=x^2+1 \text{ or } g(f(x))=(x+1)^2$$

＜逆関数＞

$y=f(x)$ が１：１のとき

$y=f(x) \Leftrightarrow x=f^{-1}(y)$

逆関数を作るには、定義域に注意して

$y=f(x)$ を x について解き $x=f^{-1}(x)$ とし、

ここで x と y を入れ替えて $y=f^{-1}(x)$ とする。

＜グラフの移動＞

元が $y=f(x)$のグラフ

$y=-f(x)$：x 軸対称

$y=f(-x)$：y 軸対称

$y=-f(-x)$：原点対称

$y-q=f(x-p)$：平行移動

$y=f^{-1}(x)$：直線 $y=x$ 対称

$2b-y=f(2a-x)$：点(a,b)対称

＜２次関数とグラフ＞

$y = ax^2 + bx + c = a(x-p)^2 + q$　（$a \neq 0$）

$= a(x-\alpha)(x-\beta)$

①平方完成して、頂点(p,q)を決定する

②判別式$D = b^2 - 4ac$でx軸との関係を調べる

③最大値・最小値に関しては、定義域に注意する

④関数$y = f(x)$の平行移動：$y - q = f(x-p)$

⑤関数の決定

1. $y = ax^2 + bx + c$
2. $y = a(x-p)^2 + q$
3. $y = a(x-\alpha)(x-\beta)$

このうちのどれを使うかは、問題によって使い分ける。

また、両軸やグラフとの位置関係から２次方程式の解の配置（実数解の存在や符号等々）を調べることができる

$ax^2 + bx + c = 0$のとき判別式$D = b^2 - 4ac$を利用して、

$D > 0 \Rightarrow x$軸との交点２個（異なる２実数解）

$D = 0 \Rightarrow$なのでx軸と接する（重解）

$D < 0 \Rightarrow x$軸と交わらない（共役な虚数解）

＜２次不等式＞

２次不等式の解は、２次関数のグラフから考える。

（１）判別式$D = b^2 - 4ac > 0$のとき

①$ax^2 + bx + c < 0$の解は、$\alpha < x < \beta$

②$ax^2 + bx + c > 0$の解は、$x < \alpha, \beta < x$

（２） 判別式$D = b^2 - 4ac = 0$のとき

①$ax^2 + bx + c < 0$の解は、ない

②$ax^2 + bx + c > 0$の解は、$x = \alpha$以外のすべての実数

③$ax^2 + bx + c \leqq 0$の解は、$x = \alpha$

④$ax^2 + bx + c \geqq 0$の解は、すべての実数

（３） 判別式$D = b^2 - 4ac < 0$のとき

①$ax^2 + bx + c < 0$の解はない

②$ax^2 + bx + c > 0$の解はすべての実数

③$ax^2 + bx + c \leqq 0$の解はない

④$ax^2 + bx + c \geqq 0$ はすべての実数

＜集合の包含関係と解の集合＞

ベン図や数直線の利用と記号及び用語を確実にする

属する：$x \in A$

部分集合（包含関係）：$A \subset B$

$\mathrm{A} = \{x | x$の満たす方程式or不等式$\}$

（４）等式の証明

①左辺＝・・・変形・・・＝右辺

② 左辺＝・・変形・・＝δ

右辺＝・・変形・・＝δ　　　$\therefore$左辺＝右辺

③ 左辺―右辺＝０を示せば良い

条件付での等式の証明では、文字を消去することを考える。特に連比の形で条件が与えられえた場合は、比の値をkとおくとよい。

$x:y:z = a:b:c$ ならば、$\dfrac{x}{a} = \dfrac{y}{b} = \dfrac{z}{c} = k$ とおき、

$x = ak, y = bk, z = ck$を与式に代入して処理する。

（５）不等式の証明

① 左辺＞右辺を示すには、左辺―右辺＞０を示せば良い

つまり、

左辺―右辺＝・・変形・・＝δ＞０の形

変形には、与えられた条件に注意して因数分解や平方完成を利用して示す場合が多い。$\sqrt{\ }$や$|\ \ |$記号が入った場合は、両辺が正であることを確認し、$(左辺)^2 - (右辺)^2 >0$を示す。

（注）≧のように等号付きのときは、等号が成立するときをいう。

②左辺＞右辺を示すのに、左辺＞δかつδ＞右辺から示す。

さらに、[相加・相乗平均の関係]

$a > 0, b > 0$のとき

$\dfrac{a+b}{2} \geqq \sqrt{ab}$　　（等号は$a = b$のとき成立）

が成立することを利用する方法がある。

さらに、余裕があれば、以下の方法も知っていると良い

絶対不等式を利用する場合がある。有名な絶対不等式には、シュワルツの不等式

$(a^2 + b^2)(x^2 + y^2) \geqq (ax + by)^2$がある。

また、次の式変形は有名で右辺が$(実数)^2 \geqq 0$の和なので、

左辺$\geqq 0$を示すことができる（等号は$a = b = c$で成立）

$$a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca = \frac{1}{2}\{(a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2\}$$

＜剰余の定理＞

$f(x)$を$g(x)$で割って、商が$Q(x)$で余りが$R(x)$のときは、

$$\begin{array}{r l} & Q(x) \\ g(x) \big) & \overline{f(x)} \\ & /////// \\ & \overline{R(x)} \end{array}$$

$f(x) = g(x)Q(x) + R(x)$と書けるが、とくに$g(x) = x - \alpha$のとき、

$f(\alpha) = R \Leftrightarrow f(x) = (x-\alpha)Q(x) + R$、割った余りが$f(\alpha)$

$g(x) = ax + b$のとき、

$f\left(-\dfrac{b}{a}\right) = R \Leftrightarrow f(x) = (ax+b)Q(x) + R$、割った余りが$f\left(-\dfrac{b}{a}\right)$

＜因数定理＞

$f(\alpha) = 0 \Leftrightarrow f(x) = (x-\alpha)Q(x)$

つまり、$f(x)$は、$x - \alpha$という因数をもつ

高次方程式は上記因数定理の利用で解く場合が多い。

＜三角関数＞

① 一般角

$\theta = \alpha^\circ + 360^\circ \times n$　　（nは、整数）

② 弧度法

180°　＝π（ラジアン）

一般角

$\theta = \alpha + 2n\pi$　　　　（nは、整数）

③　扇形の弧の長さと面積

半径がr、中心角がθ（ラジアン）の扇形の弧の長さをℓ、面積をＳとすると

$$\ell = r\theta, \quad S = \frac{1}{2}r^2\theta = \frac{1}{2}r\ell$$

④　相互関係

$$\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$$

$$\tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta}$$

$$\tan^2\theta + 1 = \frac{1}{\cos^2\theta}$$

⑤　三角関数の性質

$-1 \leqq \sin\theta \leqq 1$，$-1 \leqq \cos\theta \leqq 1$

$\sin(-\theta) = -\sin\theta$　$\cos(-\theta) = \cos\theta$　$\tan(-\theta) = -\tan\theta$

$\theta \pm \frac{\pi}{2}$や$\theta \pm \pi$は、図から求めるか、加法定理利用。

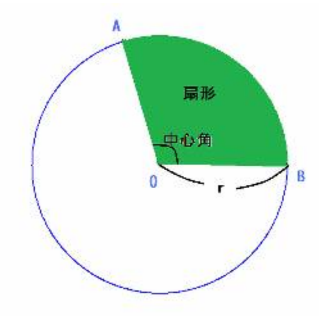
⑥　グラフは、１周期分を覚えていること

振幅や周期の変化、平行移動について確実にしておくこと

例えば、　$y = a\sin b(x-\alpha) + c$

※グラフの合成から最大・最小問題を処理できる

＜扇形の弧の長さと面積＞



扇形が中心角θ、半径rのとき

扇形の孤の長さ：$l = r\theta$

扇形面積：$S = \frac{1}{2}rl = \frac{1}{2}r^2\theta$

＜指数関数＞

①　累乗根の計算法則

$$(\sqrt[n]{a})^n = a \qquad \frac{\sqrt[n]{b}}{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[n]{\frac{b}{a}}$$

$$(\sqrt[n]{a})^m = \sqrt[n]{a^m}, \quad \sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[mn]{a}, \quad \sqrt[np]{a^{mp}} = \sqrt[n]{a^m}$$

②　指数の拡張

$$a^0 = 1, \quad a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}, \quad a^{-r} = \frac{1}{a^r}$$

指数法則は、r, sが実数の範囲で成立する。

$$a^r \cdot a^s = a^{r+s} \qquad (a^r)^s = a^{rs} \qquad (ab)^r = a^r b^r$$

③　指数関数のグラフ

$a > 1$のときは単調に増加

$0 < a < 1$のときは単調に減少

ともに、y切片は１、点$(1, a)$を通る

④　大小関係

$a > 1$のときは、$a^x > a^y \Leftrightarrow x > y$

$0 < a < 1$のときは、$a^x > a^y \Leftrightarrow x < y$

＜対数関数＞

①　対数の計算法則

$$\log_a a = 1, \quad \log_a 1 = 0, \;（\; \log_a \frac{1}{a} = -1 \;）$$

$$\log_a A + \log_a B = \log_a AB$$

$$\log_a A - \log_a B = \log_a \frac{A}{B}$$

$$\log_a A^n = n\log_a A$$

$$\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a} \quad \text{（底変換の公式）}$$

余裕があれば以下の式は覚えると便利である。

$$\log_{a^n} b^n = \log_a b, \quad a^{\log_a b} = b$$

②　対数関数のグラフ

$a > 1$のときは単調に増加

$0 < a < 1$のときは単調に減少

ともに、x切片は１、点$(a, 1)$を通る

指数関数とは、直線$y = x$に関して対称である

③　大小関係

$a > 1$のときは、$\log_a x > \log_a y \Leftrightarrow x > y$

$0 < a < 1$のときは、$\log_a x > \log_a y \Leftrightarrow x < y$

また、真数条件$x > 0, y > 0$に注意せよ。

④　常用対数（底が１０の対数）

$\log_{10} x$の値で、xの桁数や小数点以下第何位に初めて０でない数が現れるかを調べることが出来る。

$n - 1 \leqq \log_{10} x < n \Leftrightarrow x$が$n$桁の数

$-n \leqq \log_{10} x < -(n-1) \Leftrightarrow x$は、小数点以下第$n$位に初めて０でない数が現れる

＜図形と方程式＞

①　２点間の距離

$A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$のとき

$$\sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$$

②　m：nに分ける点

$A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$のとき、線分ABをm：nに分ける点は、

$$\left(\frac{nx_1 + mx_2}{m+n}, \frac{ny_1 + my_2}{m+n}\right)$$

注）$mn < 0$のとき外分点

③　三角形の重心

３点 $A(x_1,y_1)$, $B(x_2,y_2)$, $C(x_3,y_3)$ を頂点とする△ ABC の重心 G の座標は、$\left(\dfrac{x_1+x_2+x_3}{3},\dfrac{y_1+y_2+y_3}{3}\right)$

④　点に関して対称な点

点 $A(a,b)$ に関して２点 $P(x_1,y_1)$, $Q(x_2,y_2)$ が対称なとき、

$a=\dfrac{x_1+x_2}{2}$，　$b=\dfrac{y_1+y_2}{2}$　　が成り立つ。

⑤　直線の方程式

傾き m で、点 (x_1,y_1) を通る：$y-y_1=m(x-x_1)$

２点 (x_1,y_1) (x_2,y_2) を通る：$y-y_1=\dfrac{y_2-y_1}{x_2-x_1}(x-x_1)$

注）分母、または、分子が０のときは座標軸と平行な直線

$x=x_1$，　$y=y_1$ となる。

⑥　２直線の位置関係

２直線の傾きが、m_1 , m_2 のとき

平行：$m_1=m_2$　　（一致の場合も平行に含める）

垂直：$m_2=-\dfrac{1}{m_1}$　　（または、$m_1\cdot m_2=-1$）

さらに、余裕があれば以下の公式も知っていると良い

一般形の場合は、$a_1x+b_1y+c_1=0$

$a_2x+b_2y+c_2=0$

平行：$a_1b_2-a_2b_1=0$

垂直：$a_1a_2+b_1b_2=0$

⑦　直線に関して対称な点

２点 A,B が直線 ℓ に関して対称なとき、つぎの２つの事柄が成り立つ。

［1］　直線 AB は ℓ に垂直である。

［2］　直線 AB の中点は ℓ 上にある。

⑧　点と直線の距離

点 (x_1,y_1) と直線 $ax+by+c=0$ の距離 d は、

$$d=\frac{|ax_1+by_1+c|}{\sqrt{a^2+b^2}}$$

⑨　円の方程式

一般形：$x^2+y^2+lx+my+n=0$

平方完成により、

標準形：$(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$

となり、中心 (a,b) で半径 r の円を得る

⑩　円と直線の関係

接点が点 (x_1,y_1) で原点を中心とする円のとき

接線：$x_1x+y_1y=r^2$

接点が点 (x_1,y_1) で中心 (a,b) の円のとき

接線：$(x_1-a)(x-a)+(y_1-b)(y-b)=r^2$

交点の数に関しては、判別式の利用か、中心と直線までの距離を利用して調べることが出来る。

⑪　不等式と領域

直線の上部：$y>ax+b$

直線の下部：$y<ax+b$

曲線の上部：$y>f(x)$

曲線の下部：$y<f(x)$

円の内部：$(x-a)^2+(y-b)^2<r^2$

円の外部：$(x-a)^2+(y-b)^2>r^2$

注）領域内かどうかは、点の座標を代入して成立するかどうかで調べることが出来る。また、境界を含むかどうかは必ずチェックすること。

＜線形計画＞

条件を満たす領域を図示し、領域内の点で、ある値kがx,yの１次式でかければ、直線$k=ax+by$を平行移動させて、その切片から、kの最大値や最小値を判断することができる

＜点の軌跡＞

動点Pの座標を(x,y)とおき、x,yの関係式を作り、図形を判断する

（図形の限界がある場合もあるので、逆をチェックする）

※動点が２個以上ある場合も動点Pの座標を(x,y)とおき、他の動点も(u,v)等々おくが、途中で消去しx,yの関係式を導けばよい

＜命題＞

条件文：$p\rightarrow q$ の逆･裏・対偶を作ることが出来るようにし、その真偽の判定や証明が出来ること。真偽の判定や証明は集合の包含関係を用いる場合や『元の命題の真偽と対偶の真偽が一致する』ことを用いる。必要条件・十分条件の判断。

[背理法]

結論を否定して推論を進めると、既知事項と矛盾することを示すという証明方法である。

＜領域と証明＞

領域を図示することで、必要条件・十分条件の判断できる場合がある　$p\rightarrow q$ は $P\subseteq Q$ のとき真である

補集合：$\overline{A}$　のとき $\overline{P}\supseteq\overline{Q}$ （対偶が真）

＜空間図形＞

(1) 平面を決定する条件

①　交わる２直線

②　平行な２直線

③　１点と直線（ただし、点を含まない直線）

④　３点（ただし、同一直線上にはない点）

(2) 直線を決定する条件

①交わる２平面　②異なる２点

(3) 点を決定する条件

①　互いに交わる３平面

②　平面と交わる直線

③　交わる２直線

＜空間図形の方程式＞

（a）２点間の距離　$A(x_1, y_1, z_1)$, $B(x_2, y_2, z_2)$ のとき

$$AB=\sqrt{(x_1-x_2)^2+(y_1-y_2)^2+(z_1-z_2)^2}$$

（b）図形の方程式

・空間上で z ＝αは、xy平面に平行な平面である

・空間上で、中心(a, b, c)で、半径rの球面

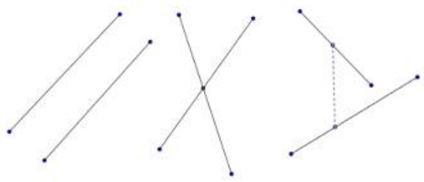
球面の方程式：$(x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2=r^2$

・原点を中心とした球面：$x^2+y^2+z^2=r^2$

＜空間上での直線や平面の位置関係＞

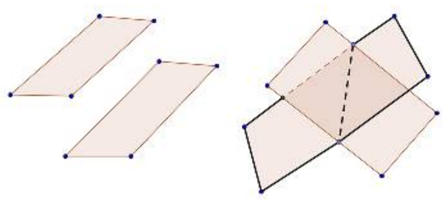
・直線と直線

平行か交わるか、ねじれの位置か



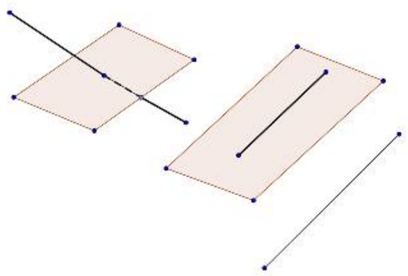
・平面と平面

平行か交わるか（交線）



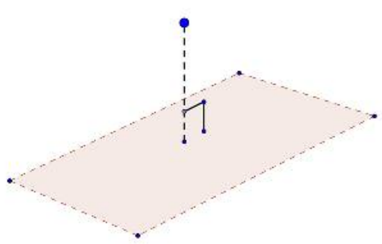
・直線と平面

平面と交わるか、平行か、直線が平面上に含まれるか



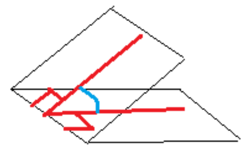
＜点と平面の距離＞

平面に垂線を降ろした足（交点）までの長さ



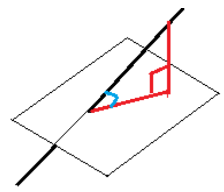
＜平面と平面のなす角＞

交線に垂直な平面上の２直線で図る

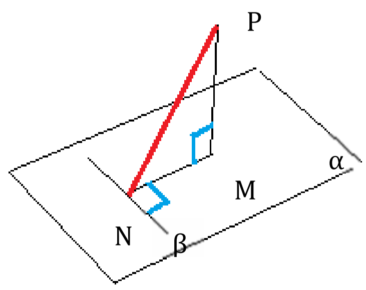


＜直線と平面のなす角＞

直線から降ろした垂線の足と交点を結ぶ直線と元の直線で図る



＜三垂線の定理＞



平面αにPからの垂線の足M

直線βにMからの垂線の足N

つまり、

このとき直線β ⊥ PN

＜正射影と面積＞

面積Ｓの平面図形Ｆをなす角θの平面に正射影したときにできる図形F′の面積をS′とすると　$S'=S\cos\theta$

例　楕円の面積：$S'=\pi a^2\cos\theta=\pi a^2\times\frac{b}{a}=\pi ab$

＜投影図＞

平面への投影図の基本原理⇒点は点へ、直線は直線へ垂線を引いて位置関係を調べる

見取り図と投影図（相互に描けるようにする）

＜公理＞

公理を論拠に定義を用いて定理を証明する

①　四則の公理

・加法・乗法演算が閉じている

・加法・乗法ともに交換法則、結合法則が成立

・加法単位元、乗法単位元の存在

・加法と乗法の関係で、分配法則成立

②　大小関係の公理

・順序（$a>b, a=b, a>b$　１つ成立　$a>b, b>c\Rightarrow a>c$成立）

・順序と演算（$a>b\Rightarrow a+c>b+c$　$(a>b, c>0\Rightarrow ac>bc)$

③　図形の公理

・平行線の性質（錯角、同位角）

・三角形の合同条件

・三角形の合同相似

④　量の公理

・角の大きさ

・線分の長さ